

The Transition Flows of a Viscous Incompressible Fluid in a Plane Diffuser from Symmetric to Asymmetric and to Non-Stationary Regimes

A.I. Fedyushkin

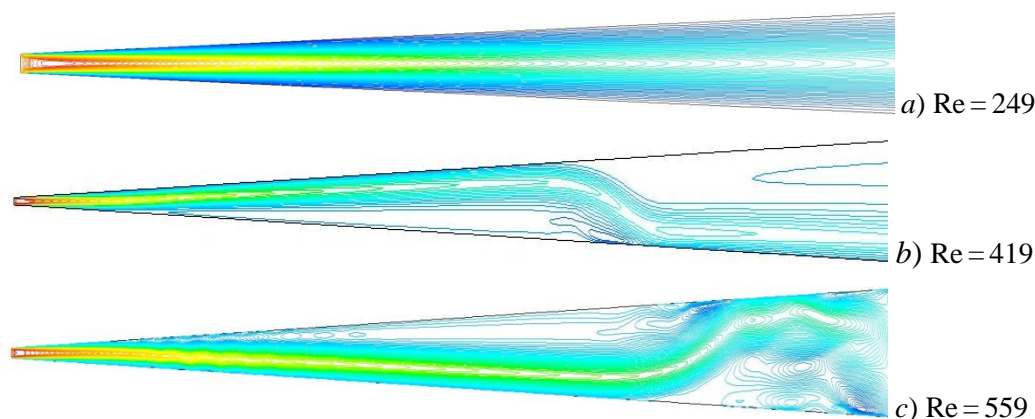
*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of Russian Academy of Sciences,
Moscow, 119526, Russia
fai@ipmnet.ru*

Abstract

In the paper the results of studying the various flow regimes in a plane diffuser with a small opening angle obtained for a viscous incompressible fluid by numerical solving the Navier-Stokes equations are presented. A transition of the flow regimes in a diffuser from a symmetric stationary regime to asymmetric stationary one and next to asymmetric non-stationary regime in their dependence on the Reynolds number is demonstrated. The values of Reynolds number that define the ranges of existence of a given regime are pointed out.

Keywords: diffuser, symmetric, asymmetric, non-stationary flows.

Results of numerical simulation are presented below in figures and table. Contours of axial component of velocity of fluid flows at the inlet of the diffuser for different Reynolds numbers are shown in the figures *a*, *b*, *c*. The stationary symmetric flow at $Re = 249$ in fig. *a* and asymmetric non-stationary flows at $Re = 419$ and at $Re = 559$ in fig. *b* and fig. *c* are shown respectively.



The ranges are symmetrical, asymmetrical, non-stationary regimes of the flow in the diffuser are presented in table.

stationary symmetric flow	stationary asymmetric flow	asymmetric non-stationary flow
$Re < 269$	$269 < Re < 349$	$Re > 399$

УДК 532.517.3

Переход течений вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре от симметричного к несимметричному и к нестационарному режимам

А.И. Федюшкин

*ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Россия, Москва, 119526, проспект Вернадского 101, к.1
fai@ipmnet.ru*

Аннотация

В данной работе на основе численного решения уравнений Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости изучены ламинарные режимы течения в плоском диффузоре с малым углом раствора. В зависимости от числа Рейнольдса, продемонстрировано существование стационарных (симметричных и несимметричных) и нестационарных режимов течения. Показана смена режимов течения в диффузоре от симметричного стационарного к несимметричному стационарному и затем к нестационарному несимметричному. Указаны значения диапазонов чисел Рейнольдса существования данных режимов

Ключевые слова: диффузор, несжимаемая жидкость, симметричность, неустойчивость, моделирование.

1. Введение

В данной работе представлены результаты численного моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости в плоском симметричном двумерном диффузоре для стационарного и нестационарного (симметричного и несимметричного) режимов течения. Течение вязкой жидкости в плоском двумерном диффузоре специфично тем, что, за счет расширения области течения, в нем происходит преобразование кинетической энергии потока в статическое давление и характер течения определяется геометрией (углом раствора диффузора β) и числом Рейнольдса (вязкостью, скоростью или расходом).

Задача о течении в диффузоре (конфузоре) давно привлекает внимание ученых и инженеров. Первые известные автомодельные решения задачи о стационарных течениях в диффузоре (конфузоре) были независимо получены еще около ста лет тому назад Дж. Джеффри [1] и Г. Гамелем [2] (переводы данных статей на русский язык сделаны Д.В. Георгиевским [3] и С.В. Нестеровым [4] и опубликованы в журналах [3,4]). Несмотря на кажущуюся простоту, задача Джеффри–Гамеля изобилует различными постановками и наличием большого класса решений и физических явлений, как стационарными, так и нестационарными.

Для определенных диапазонов чисел Рейнольдса и углов раствора диффузора течение в нем может быть стационарным и симметричным, то есть векторное поле скорости такого течения стационарно и радиально без тангенсальной составляющей, а величина скорости уменьшается по длине диффузора, асимптотически стремясь к нулю на бесконечности длины диффузора. Для таких течений существуют автомодельные решения. При увеличении числа Рейнольдса симметричность течения относительно оси диффузора может нарушаться, оставаясь при этом стационарным, а при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса те-

чение принимает нестационарный характер, переходя сначала в колебательный и затем в турбулентный режим.

Из-за наличия различных режимов течения и большого количества технических приложений диффузоров и многообразия гидродинамических явлений в них, задача по исследованию переходных режимов течения в диффузоре, не перестает быть актуальной и привлекает внимание ученых и инженеров до настоящего времени.

К настоящему времени существует очень большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных течениям жидкостей (газов) в диффузоре и этому уделено внимание во многих известных монографиях и учебниках по гидродинамике [5–9]. Обзор работ по решению задачи Джеффри–Гамеля и обобщение на основе группового анализа даны в работе В.В. Пухначева [10]. В работе [10], кроме описания свойств стационарных решений задачи Джеффри–Гамеля, указывается также о возможных неединственности в стационарных решениях при увеличении расхода и о стабилизирующем характере решения при эволюционировании нестационарного автомодельного течения несжимаемой жидкости (для умеренных чисел Рейнольдса) с начальным масштабно инвариантным и соленоидальным полем скорости.

В работах Л.Д. Акуленко с соавторами [11–14] найдены обобщения решения задачи Джеффри–Гамеля, указано на наличие несимметричных стационарных решений (течений) и приведены одно-, двух- и трех-модовые бифуркационные решения. В этих работах указывается на наличие стационарных несимметричных и много-модовых решений для определенных диапазонов чисел Рейнольдса и углов раствора диффузора.

В работе А.В. Шапеева [14] проведено математическое моделирование процессов развития и установления стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости для задачи Гамеля–Джеффри и образование вихрей Моффатта при нулевом расходе на основе численного решения автомодельных уравнений. Данные автомодельные решения указывают на существование стационарных мод, но они не указывают на механизм смены мод и не предполагают срыва пограничного слоя на стенках диффузора и появления нестационарного колебательного режима течения.

Для симметричных диффузоров с малыми углами раствора ($\beta < 6^\circ$) можно выделить наличие четырех характерных режимов течения: 1 – медленное стационарное симметричное безотрывное течение; 2 – стационарное несимметричное течение; 3 – нестационарное колебательное (переходное) течение; 4 – развитое нестационарное (турбулентное) течение. Данная работа посвящена изучению первых трех, из указанных режимов.

При использовании диффузоров на практике чаще всего сталкиваются с нестационарными и турбулентными режимами течения жидкости и газов в них, поэтому исследованиям переходных и турбулентных режимов течений в плоских диффузорах посвящено многочисленное количество теоретических и экспериментальных работ, среди которых можно выделить следующие: [15–24].

Хотя работа R.W. Fox, S.J. Kline [24] посвящена экспериментальному исследованию турбулентных течений в криволинейных диффузорах с углами поворотов от 0 до 90 градусов, она является продолжением работы и обобщением работы C. Moore, and S.J. Kline [19], где изучались турбулентные течения в диффузорах с плоскими стенками. В работе [24] приведена классификация режимов течений и форм срывов течений (стационарных, нестационарных, перемежающихся) в диффузорах с плоскими стенками, а также зависимости форм вторичных течений для криволинейных диффузоров от углов раскрытия и поворота диффузора. В работе В.П. Герасименко с соавторами [21] представлены классификация отрывов в плоских диффузорах и диаграммы их существования.

Течения в канале и в диффузоре с малым углом раствора при малых числах Рейнольдса могут иметь подобные характеристики. Течения струй в открытое пространство и течения во внезапно расширяющихся каналах в некоторых случаях можно рассмотреть, как предельный случай течения в диффузорах с углами раствора в 360 или 180 градусов, соот-

ветственно. Исследование нарушения симметрии течения и бифуркаций в задаче Джеффри–Гамеля, включая течение в канале и предельный случай диффузора с углом раскрытия в 180 градусов, проведено в работе [25].

Исследования течений во внезапно расширяющихся каналах посвящено огромное количество работ, например, [26–34]. Данные работы отобраны с критерием общности течений в диффузорах и посвященных изучению симметричных, несимметричных, стационарных, нестационарных режимов.

В работах D. Drikakis с соавторами [32, 33] исследованы смены режимов течений и нарушения симметричности течения в симметричном канале с внезапным расширением для чисел Рейнольдса от 70 до 1000. В работе [33] исследовано влияние различных численных методов и схем (от первого до третьего порядка точности) на критические числа Рейнольдса появления несимметрии и бифуркаций в течениях в каналах с уступом и выступом. Показана воспроизводимость численных результатов – возникновение несимметричных течений, полученных по трем различными численным схемам при хорошей сеточной разрешимости.

Обзор работ по численным методам исследования бифуркационных течений опубликован в работе [35].

В работах F. Durst с соавторами [26, 27] приводятся результаты экспериментального исследования течения в симметричном расширяющемся канале. Приведены картины течений и профили скоростей в канале с симметричным расширением, измеренные лазер – доплеровским методом. В работе [26] экспериментально показано, что при малых числах Рейнольдса в симметричном канале со ступенчатым расширением течение может иметь стационарный и несимметричный характер. В работе [27] показано, что при небольших числах Рейнольдса флуктуации энергии в канале могут превосходить флуктуации энергии соответствующие турбулентности. В работах J. Mizushima с соавторами [30, 31] приводятся критические значения чисел Рейнольдса возникновения различных видов бифуркаций и нейтральные кривые (число Рейнольдса/ отношение сторон уступа) для стационарных, периодических, симметричных и несимметричных течений в каналах с внезапным уступом и выступом.

Изучению отрывных течений и бифуркациям течений в диффузорах посвящены работы [16, 18, 25, 34–39]. Картины отрыва течения в диффузоре можно посмотреть в работе Ashjaee, J.P. Johnston [16], а также в альбоме Van Daïke [40] (на рис. 4). Несмотря на существование и использование нестационарных течений в диффузорах, механизмы переходов от ламинарного стационарного течения к нестационарным и турбулентным изучены недостаточно полно. Детальное экспериментальное исследование возникновения возвратных течений и нестационарных режимов в плоских длинных диффузорах с углами раствора от 4 до 24 градусов и числе Рейнольдса на входе 2.2×10^5 было сделано в работе J. Ashjaee, J.P. Johnston [16]. Авторы работы [16] экспериментально показали существование нестационарных режимов течения с перемежающимися возвратными вторичными течениями у стенок и отрывами от стенок основного течения с «внезапной переброской отрыва». Сходные эффекты неустойчивости исследуются численно в работе А.Т. Федорченко [17] при рассмотрении течения сжимаемого газа во внезапно расширяющемся канале для дозвуковых режимов.

В работе M. Nabavi [18] приводятся результаты 2D и 3D (с условием симметрии) численного моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости для чисел Рейнольдса в диапазоне от 60 до 360 и углов раствора диффузора от 10° до 180° в плоском диффузоре с наличием входного участка, показано влияние трехмерности и осцилляций скорости на входе в диффузор на наличие нестационарных несимметричных режимов течения.

В работах O.R. Tutty с соавторами [36, 39] исследовали возникновение стационарных и нестационарных волн в течении жидкости в диффузоре в диапазоне чисел Рейнольдса от 5 до 5000 при разных углах раствора диффузора. Приводятся зависимости и асимптотики существования волн в зависимости от угла раствора диффузора и числа Рейнольдса.

Р.М. Eagles, и М.А. Weissman в своей работе [34] показали распространение волн в диффузоре с учетом изменения поперечной компоненты скорости и приводят частотно-амплитудных характеристик и нейтральных кривых, сравнивая их со случаем квазипараллельного приближения.

Несмотря на многочисленность работ, посвященных исследованию гидродинамики в диффузорах, детали перехода течения вязкой несжимаемой жидкости в диффузоре от симметричного стационарного режима к несимметричному стационарному и нестационарному режимам течения до настоящего времени не изучены.

В данной работе на основе численного решения уравнений Навье – Стокса для вязкой несжимаемой жидкости изучены режимы течения в плоском диффузоре с малым углом раствора. В зависимости от числа Рейнольдса, продемонстрировано существование стационарных (симметричных и несимметричных) и нестационарных режимов течения [41]. Показана смена режимов течения в диффузоре от симметричного стационарного к несимметричному стационарному и затем к нестационарному несимметричному. Указаны значения диапазонов чисел Рейнольдса существования данных режимов.

2. Постановка задачи

Рассматривается ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости течение между двумя плоскими стенками, наклонёнными друг к другу под небольшим углом, то есть течение Джефффри – Гамеля в плоском диффузоре (рис. 1). Целью численного моделирования является определение диапазонов существования симметричных и несимметричных стационарных течений и переход к нестационарному режиму.

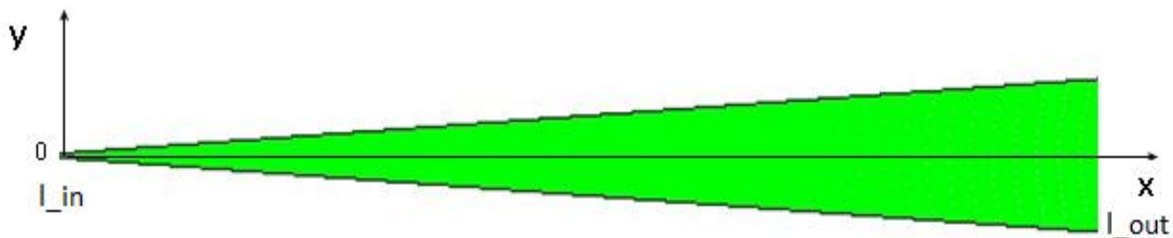


Рис. 1. Схема расчетной области и сетка для плоского диффузора с углом раствора $\beta = 4^\circ$ и длиной 0.495 метра

Геометрическая модель диффузора следующая: угол раствора диффузора равен $\beta = 4^\circ$, входная граница имеет форму дуги l_{in} (заключенной между точками на лучах на расстоянии $r_{in} = 0.005$ м от начала координат и точками с вертикальными координатами $y_{in} = \pm 0.00035$ м, где $r^2 = x^2 + y^2$), выходная граница имеет форму в виде дуги l_{out} (на расстоянии от начала координат $r_{out} = 0.5$ м и заключенной между точками $y_{out} = \pm 0.035$ м). Таким образом, длина диффузора составляет $L = r_{out} - r_{in} = 0.495$ м. Такая удлиненная геометрия была выбрана по двум причинам: во-первых, для того, чтобы исключить влияние на основное течение аппроксимации граничных условий на входной и выходной границах диффузора, а во-вторых, для того, чтобы проследить за изменением структуры течения по длине диффузора.

Моделирование задачи осуществляется на основе численного решения системы уравнений Навье – Стокса для несжимаемой вязкой жидкости

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \nabla) V = - \frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta V, \quad \text{div} V = 0, \quad (1)$$

где V – вектор скорости; P – давление; ρ – плотность; ν – коэффициент кинематической вязкости.

В качестве граничных условий, на входе в диффузор l_{in} (на расстоянии от начала координат $r_{in} = 0.005$ м), задан постоянный положительный расход Q , на выходе l_{out} (на расстоянии от начала координат $r_{out} = 0.5$ м) задано давление $P = 0$, на верхней и нижней границах для скорости ставится условие прилипания: $V = 0$. Начальные значения скорости и давления были нулевыми. Численные решения анализировались на стационарном или на установившемся колебательном режиме течения. Число Рейнольдса на входе в диффузор определено, как $Re = U_{in} l_{in} / \nu$, где l_{in} – длина дуги, а U_{in} – скорость на входе в диффузор, направленная по нормали к границе, соответствующая расходу Q .

Дискретизация двумерных уравнений Навье–Стокса осуществлялась методом контрольных объёмов. При пространственной аппроксимации уравнений Навье–Стокса использовались численные методы второго и третьего порядка точности (второго для аппроксимации уравнения давления и третьего для скорости) с неявным совместным (матричным) методом решения уравнений, имеющим лучшую точность, чем метод с отдельным решением уравнений. По времени также использовалась схема второго порядка точности. Расчеты были проведены с двойной точностью разрядности машинного числа, на разных сетках и проверена сходимость численных результатов в зависимости от шага сетки. На рис. 1 показана схема расчетной области и одна из используемых в данных расчетах, неравномерная, расчетная сетка с числом узлов не менее 10^5 , со сгущением около входной границы и продольных стенок диффузора.

3. Результаты численного моделирования

3.1. Варианты расчётов

В работах [12–14] показано, что в диффузорах с углами раствора, меньшими 10° , бифуркационная картина течения практически не зависит от угла, поэтому в данной работе проведено численное исследование течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре с углом раствора равным $\beta = 4^\circ$. Кроме этого, известно, что при малых углах коэффициент давления в диффузорах в зависимости от угла раствора уменьшается и минимален при угле, равном приблизительно $\beta = 6^\circ$.

В данной работе рассмотрены течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре с небольшим углом раствора ($\beta = 4^\circ$) и при разных числах Рейнольдса, соответствующих стационарным и нестационарным режимам течения. Были рассмотрены течения в диффузоре с постоянными значениями массового расхода Q в диапазоне от 0.0025 до 0.5 кг/сек – для воды и от 0.001 до 0.05 кг/сек – для воздуха, что соответствует диапазону чисел Рейнольдса $Re = U_{in} l_{in} / \nu$ от 2.5 до 2.8×10^3 (где U_{in} – скорость на входе в диффузор, направленная по нормали к границе, соответствующая расходу Q , а l_{in}, l_{out} – длины дуг входного и выходного отверстий диффузора). Параметры численных расчетов и тип наблюдаемого течения, полученного в результате численного моделирования, приведены в табл. 1.

В табл. 1 представлены некоторые результаты расчетов течений, как для воды (варианты № 1–13), так и для воздуха (№ 14–22) в плоском диффузоре с углом раствора $\beta = 4^\circ$. В расчетах на входе в диффузор l_{in} задавался массовый расход Q в диапазоне от 0.0025 до 0.5 кг/сек для воды ($2.499 < Re < 499$) и Q от 0.001 до 0.05 кг/сек для воздуха ($55.9 < Re < 2794$).

В табл. 1 приняты следующие обозначения режимов течений: *ССТ* – стационарное симметричное течение; *СНТ* – стационарное несимметричное течение; *ННТ* – нестационарное несимметричное течение.

В работах [13–14] получено аналитическое решение задачи Джефффри–Гамеля с применением численного метода решения нелинейных дифференциальных уравнений и указывается на существование неединственных стационарных течений в диффузоре (конфузоре)

и найдены критические значения углов раствора диффузора и чисел Рейнольдса перехода течения в диффузоре от одно-модового к двух и трех-модовому течению.

Таблица 1

Варианты расчетов и тип течений в диффузоре

№ варианта	ρ , [kg/m ³]	μ , [kg/m sec]	Q , [kg/sec]	q , [kg/m ² sec]	V_{input} , [m/sec]	Re_{input}	Тип течения
1	998.2	0.001	0.0025	7.17	0.00718	2.49	ССТ
2	998.2	0.001	0.005	14.3	0.0144	4.99	ССТ
3	998.2	0.001	0.01	28.7	0.0287	9.97	ССТ
4	998.2	0.001	0.025	71.7	0.0718	24.9	ССТ
5	998.2	0.001	0.03	86.0	0.0861	29.9	ССТ
6	998.2	0.001	0.05	143	0.144	49.9	ССТ
7	998.2	0.001	0.1	287	0.287	99.7	ССТ
8	998.2	0.001	0.25	717	0.718	249	ССТ
9	998.2	0.001	0.3	860	0.861	299	СНТ
10	998.2	0.001	0.33	946	0.948	329	СНТ
11	998.2	0.001	0.35	1000	1.00	349	СНТ
12	998.2	0.001	0.4	1150	1.15	399	ННТ
13	998.2	0.001	0.5	1430	1.44	499	ННТ
14	1.225	0.0000179	0.001	2.87	2.34	55.9	ССТ
15	1.225	0.0000179	0.0025	7.17	5.85	140	ССТ
16	1.225	0.0000179	0.003	8.60	7.02	168	ССТ
17	1.225	0.0000179	0.004	11.5	9.36	224	ССТ
18	1.225	0.0000179	0.0048	13.8	11.2	268	ССТ
19	1.225	0.0000179	0.005	14.3	11.7	279	СНТ
20	1.225	0.0000179	0.0075	21.5	17.5	419	ННТ
21	1.225	0.0000179	0.01	28.7	23.4	559	ННТ
22	1.225	0.0000179	0.05	143	117	2794	ННТ

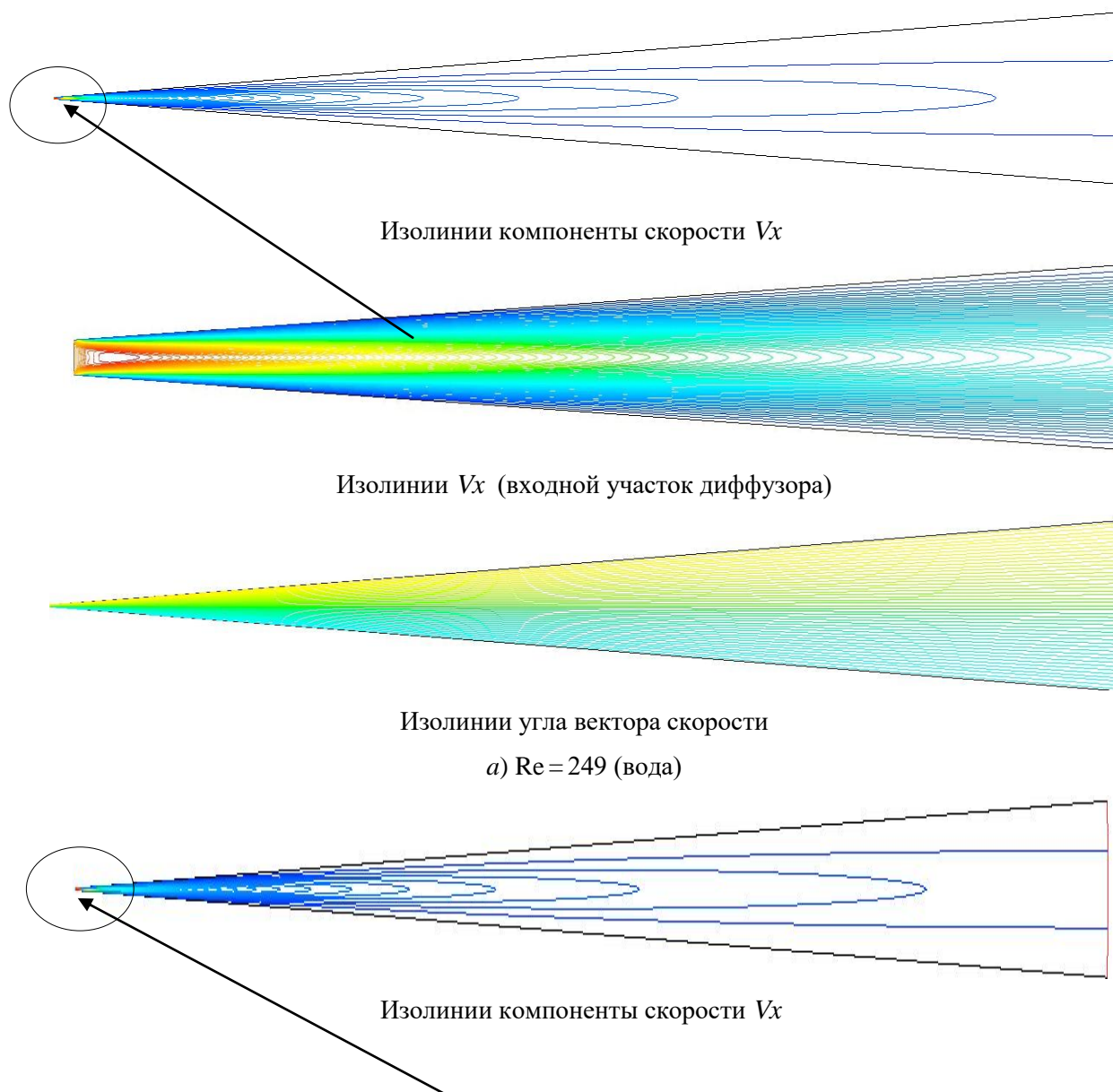
ССТ – стационарное симметричное течение	СНТ – стационарное несимметричное течение	ННТ – нестационарное несимметричное течение
--	--	--

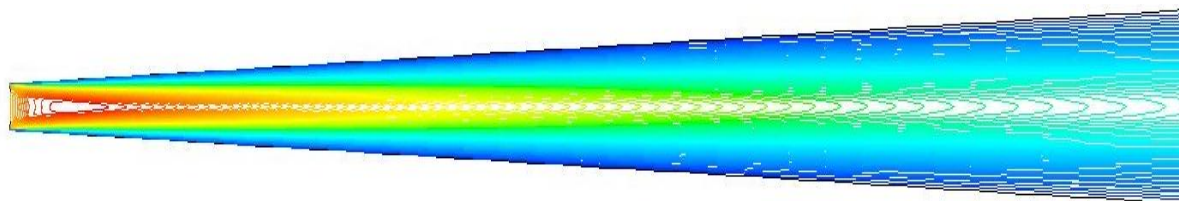
В работах [11–14] указано, что при числе $Re^* = 18.8/\alpha$ (где α – угол раствора диффузора в радианах, $\alpha = \beta\pi/180$) происходит переход к несимметричному характеру течения. Для угла в 4° это критическое число равно $Re^* = 269$. В данных работах при решении задачи Джеффри – Гамеля принято предположение о стационарном радиальном характере течения (об отсутствии азимутальной составляющей вектора скорости). В работах [11–14] говорится о существовании несимметричных мод при определенных числах Рейнольдса, но не указываются механизмы их взаимодействия и перехода от одно-модового течения к много-модовому, а также к нестационарному режиму. Следует отметить, что с увеличением угла раствора диффузора значения критических чисел Рейнольдса, соответствующих переходам течения вязкой жидкости от симметричного к несимметричному и к нестационарным режимам уменьшаются. В работе [26] экспериментально показано, что критические числа Рейнольдса во внезапно расширяющемся канале гораздо меньше, чем в диффузоре с углом раствора, меньшим 180° .

3.2. Стационарные симметричные течения

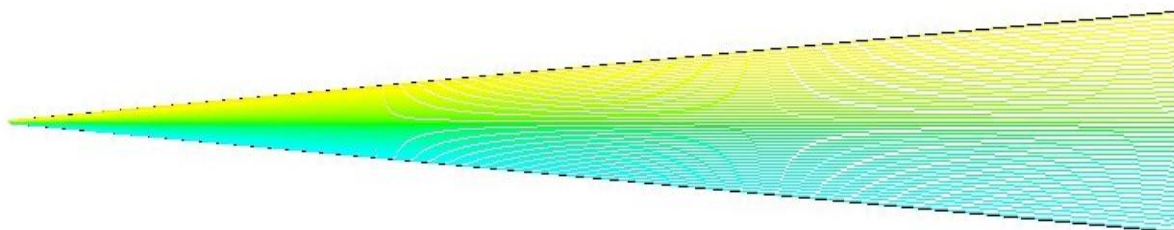
Численные результаты показали, что для рассмотренных вариантов расчетов, указанных в табл. 1, при небольших постоянных расходах Q , вплоть до чисел Рейнольдса $Re = 268$, рассчитанное течение вязкой несжимаемой жидкости в диффузоре имеет стационарный характер с симметричным профилем скорости. Это хорошо согласуется с критическим числом Рейнольдса $Re^* = 269$ (для угла $\beta = 4^\circ$), найденным в работе [13–14].

На рис. 2, *a, б* представлены изолинии горизонтальной компоненты скорости для всей расчетной области, а также в увеличенном масштабе для входного участка диффузора, отмеченного овалом. На этих же рисунках показаны изолинии угла вектора скорости (нижний рисунок) для разных чисел Рейнольдса: для воды $Re = 249$ (рис. 2, *a*) и для воздуха $Re = 268$ (рис. 2, *б*). Для данных чисел Рейнольдса (и меньших значений) при $\beta = 4^\circ$ течение стационарно и симметрично относительно горизонтальной плоскости $y = 0$. Для данных чисел Рейнольдса угол вектора скорости в любом поперечном сечении диффузора линейно изменяется по вертикали в следующих диапазонах: от -2.5° до 2.5° – при $Re = 249$ и от -4.5° до 4.5° – при $Re = 268$ (в этих же диапазонах на рис. 2, *a, б* представлены изолинии угла вектора скорости).





Изолинии V_x (входной участок диффузора)



Изолинии угла вектора скорости – β $Re = 268$ (воздух)

Рис. 2. Изолинии горизонтальной компоненты вектора скорости
 а) $Re = 249$ (вода); б) $Re = 268$ (воздух)

В данной работе приняты следующие обозначения безразмерных величин: $y_dimless = y/r \sin(\beta/2)$, $V_x_dimless = V_x/V_{x_{in}}$, $V_y_dimless = V_y/V_{x_{in}}$, где $V_{x_{in}}$ – скорость на входе в диффузор. Угол вектора скорости определен, как $\arctg(V_x/V_y)$, где V_x и V_y – горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости, соответственно.

На рис. 3 показаны безразмерные профили компонент вектора скорости для воды $Re = 249$ и для воздуха $Re = 268$ в четырех вертикальных сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м.

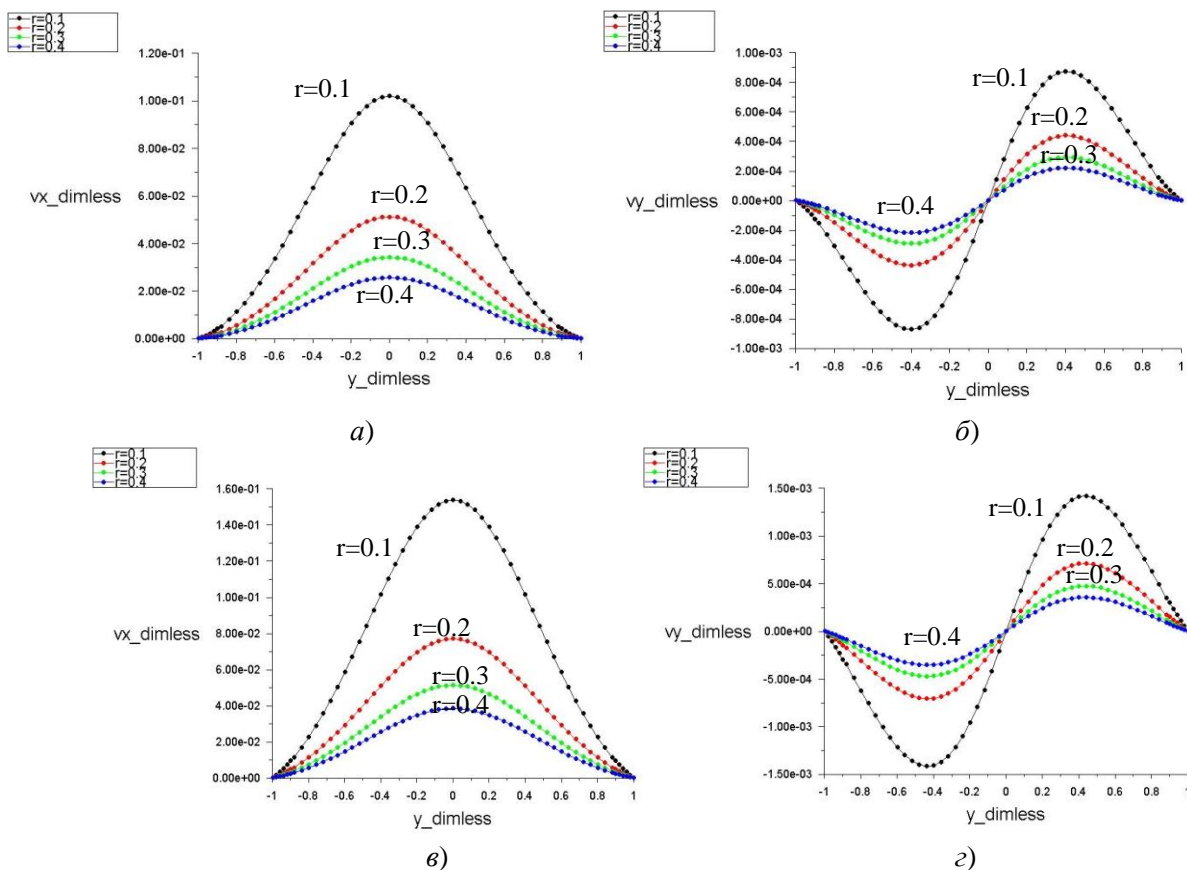


Рис. 3. Безразмерные профили горизонтальных (а, в) и вертикальных (б, г) компонент вектора скорости для воды $Re = 249$ и воздуха $Re = 268$ (в сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м)

Максимальные значения скорости в вертикальных сечениях уменьшаются с увеличением r . Из симметричности данных профилей скоростей также можно судить о симметричности течения при данных числах Рейнольдса.

Для симметричного режима течения профили скоростей, представленные на рис. 3, хорошо согласуются с результатами работ [13, 14].

3.3. Стационарные несимметричные течения

Результаты расчетов стационарных несимметричных течений представлены на рис. 4 и рис. 5. Эти результаты подтверждают то, что при $Re > Re^*$ происходит нарушение симметрии в структуре течения, кроме этого у стенок образуются вихревые структуры с возвратными течениями, как это известно из многочисленной литературы, см., например, [9, 10, 13, 16, 36, 37]. Численные расчеты показали, что при увеличении значения числа Рейнольдса выше критического $Re > 269$ (см. табл. 1) происходит срыв пограничного слоя и на определенном расстоянии от входа в диффузор, вблизи продольных стенок диффузора формируются слабые вторичные возвратные течения. В данных областях вектор скорости меняет направление, возникают дополнительные составляющие у азимутальных компонент скорости, нарушающие симметрию потока, заданную на входе в диффузор (во всех расчетах на входе в диффузор задавался постоянный поток по нормали к дуге l_{in}). По длине диффузора структура течения изменяется, перестраиваясь от одно-модового к много-модовому несимметричному течению (рис. 5), о наличии которых говорилось в работах [13, 14]. Данное течение может оставаться стационарным до определенного критического значения числа Рейнольдса, зависящего от угла раствора диффузора. Численные расчеты показали, что течение в диффузоре перестает быть симметричным, оставаясь стационарным в узком диапазоне чисел Рейнольдса $299 > Re > 279$. В данном диапазоне чисел Рейнольдса результаты данных расчетов качественно согласуются с аналитическими решениями работы [13, 14].

На рис. 4, *а, б* представлены изолинии горизонтальной компоненты скорости (во всей области и на начальных участках диффузора, отмеченной овалом) и изолинии угла вектора скорости (нижний рисунок) для разных чисел Рейнольдса: $Re = 279$ (рис. 4, *а*) и $Re = 299$ (рис. 4, *б*), из которых видно нарушение симметрии течения. Скорости течения по времени (для данных чисел Рейнольдса $Re = 279$, $Re = 299$ и меньших), начиная в начальный момент движения с нулевых значений скорости, достигают стационарных значений и остаются неизменными во времени, при этом сохраняется несимметричность потока. На стенках диффузора существуют участки с очень слабыми вторичными возвратными вихрями, на что наглядно указывают изолинии углов векторов скоростей (рис. 4, *а, б*), значения которых при $Re = 279$ изменяются от -178.9° до $+178.9^\circ$. Об асимметрии течения нагляднее говорят профили компонент вектора скорости, изображенные на рис. 5, *а-г* для различных поперечных сечений ($r = 0.1, 0.2, 0.3$ и 0.4 м) и чисел Рейнольдса ($Re = 279$ и $Re = 299$). Изолинии углов векторов скоростей (рис. 4, *б*) при $Re = 299$ изменяются от -179.9° до $+179.9^\circ$. Следует отметить, что изменение направления вектора скорости происходит в основном только в пристеночных областях диффузора (рис. 4, *а, б*). Численные результаты подтверждают существование стационарных несимметричных мод течения [13, 14].

На рис. 5 показаны безразмерные профили компонент вектора скорости для воздуха $Re = 279$ и для воды $Re = 299$ в четырех вертикальных сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м. Данные профили не изменяются во времени, хотя не являются симметричными. Данные результаты говорят о существовании стационарных несимметричных течений в диффузоре при указанных числах Рейнольдса.

Методические расчёты на разных сетках показали, что недостаточная сеточная аппроксимация, а также несимметричность и нестационарность профиля скорости (расхода) на входе в диффузор влияют на характер течения и критическое число Рейнольдса. Заметим, что в работе [19] указывалось, что введение осцилляций скорости по времени на вход-

ной границе в диффузор может переводить несимметричные течения в симметричные течения.

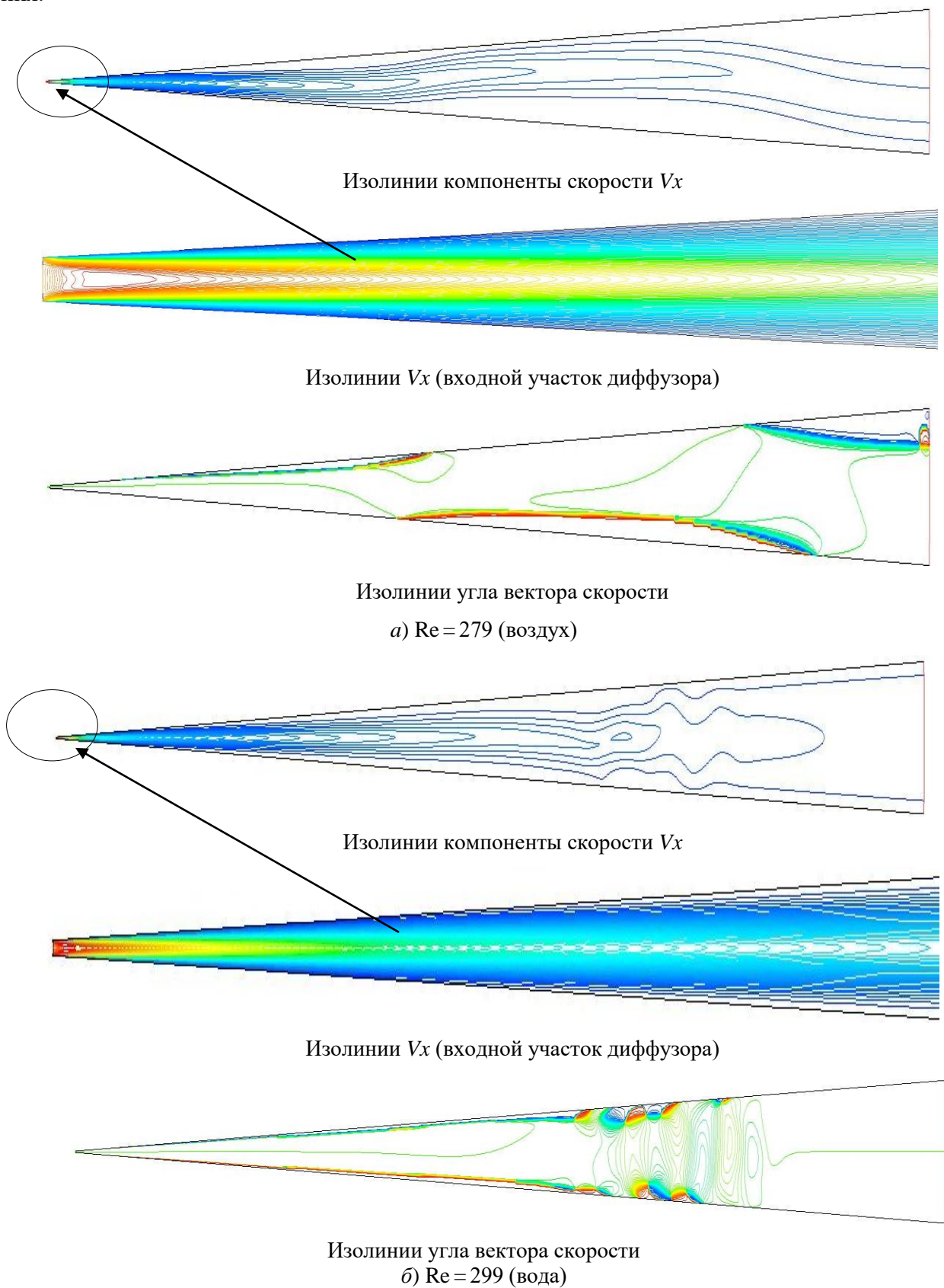


Рис. 4. Изолинии горизонтальной компоненты скорости (вверху) и угла вектора скорости (внизу) – а) $Re = 279$, б) $Re = 299$

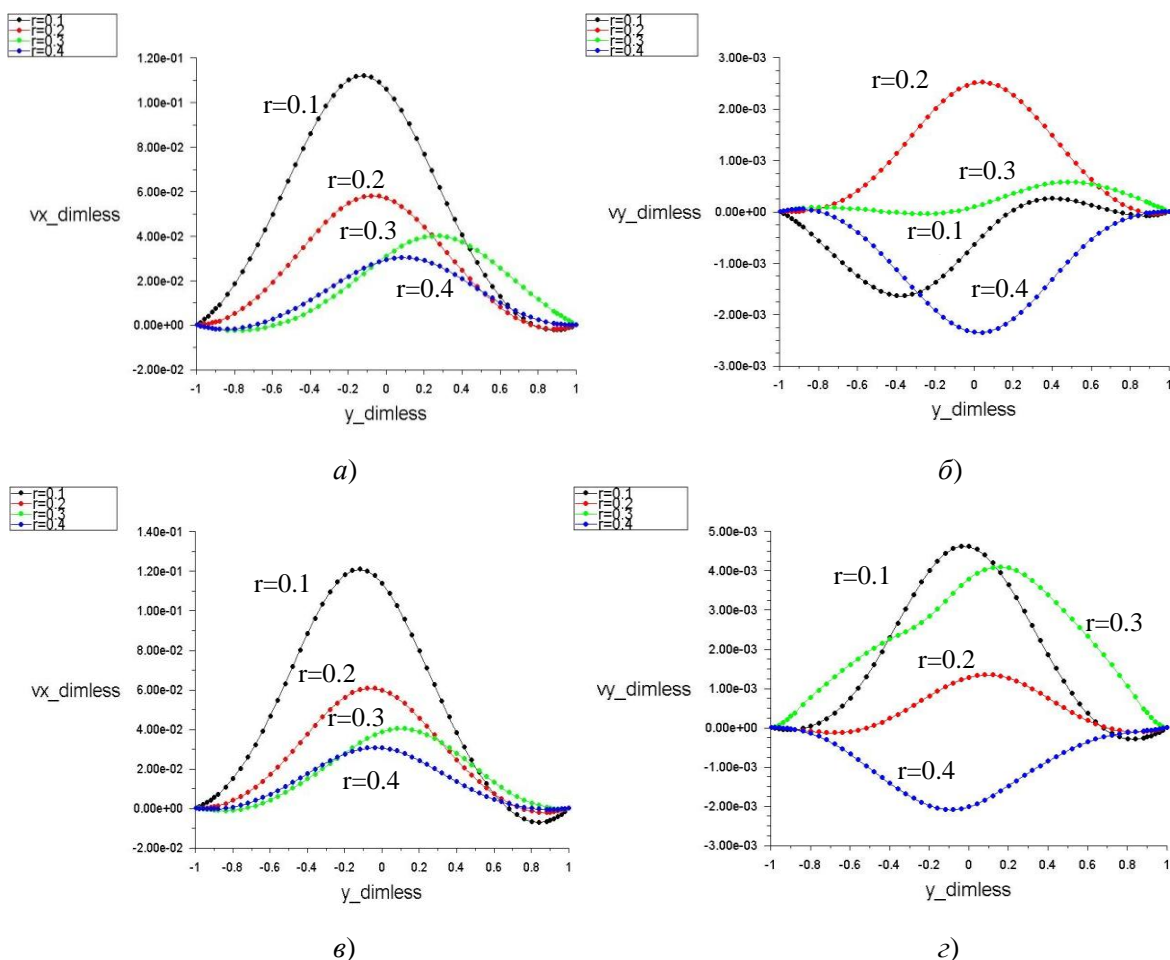
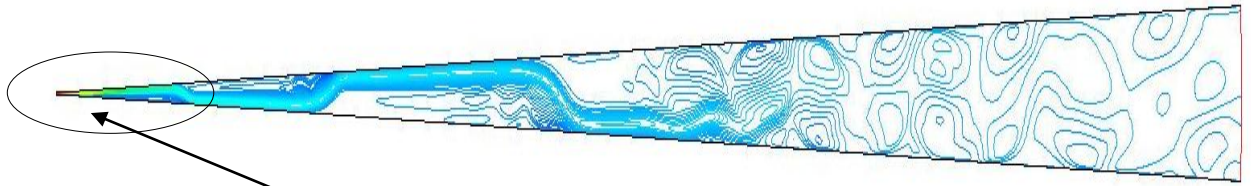


Рис. 5. Безразмерные профили горизонтальных (а, в) и вертикальных (б, г) компонент вектора скорости для воздуха $Re = 279$ и воды $Re = 299$ (в сечениях: $r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м)

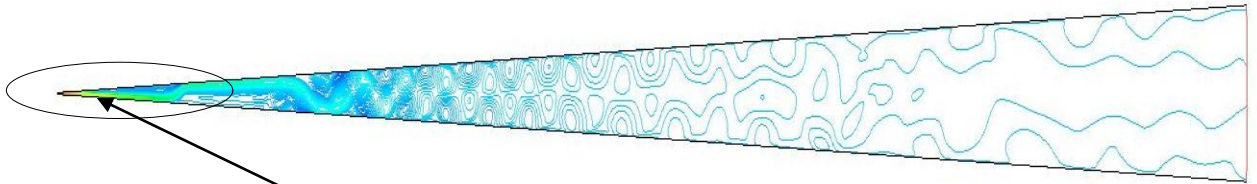
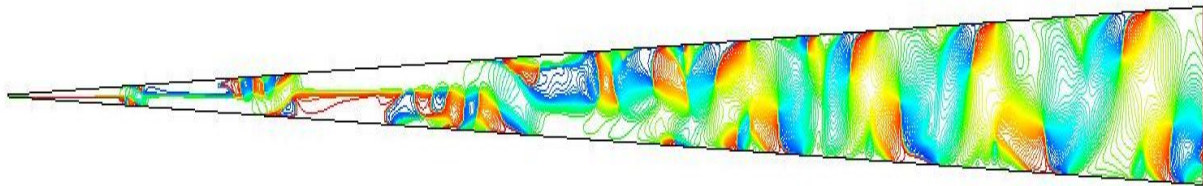
3.4. Нестационарные несимметричные течения

С увеличением числа Рейнольдса ($Re > 299$) интенсивность вихревых вторичных пристеночных течений возрастает, картина их расположения в продольном направлении образует "шахматную" структуру, а основное течение представляет собой струю, перемежающуюся между твердыми продольными стенками диффузора. При увеличении числа Рейнольдса стационарные течения в диффузоре теряют устойчивость и переходят в колебательный режим течения, характеристики которого меняются по длине диффузора. Перемежающая структура течения в диффузоре изучалась экспериментально в работе [16], где указывалось на случайный характер отклонения потока от симметричного и на то, что временные периоды смены направления потока на порядки больше турбулентных времен и не являются следствием турбулентности. Данные численные расчеты подтверждают этот вывод авторов работы [16] и указывают на границы существования стационарного и нестационарного режимов. На рис. 6–11 показаны результаты численных расчетов для нестационарных режимов несимметричного течения вязкой жидкости в диффузоре при числах Рейнольдса от $Re = 419$ до $Re = 2794$.

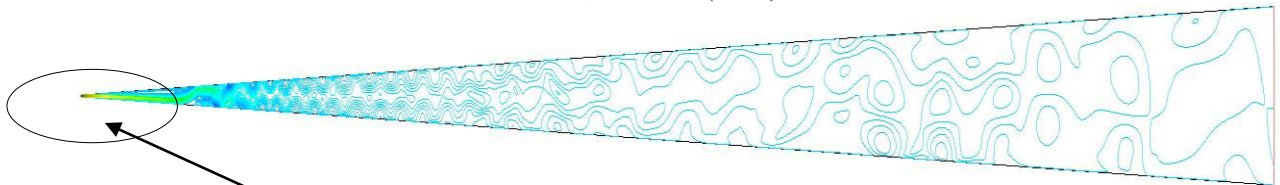
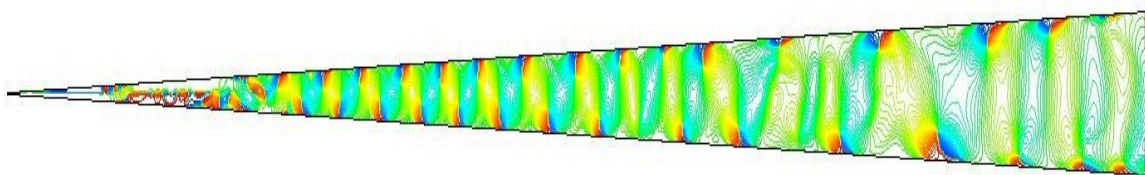
На рис. 6, а–г вверху представлены изолинии горизонтальной компоненты скорости для всей области диффузора и в начальной входной области диффузора, отмеченной на рисунках овалом. На нижних контурах рис. 6, а–г представлены изолинии угла вектора скорости для разных чисел Рейнольдса: а) $Re = 419$, б) $Re = 499$, в) $Re = 559$, г) $Re = 2794$, из которых видно значительное нарушение симметрии течений на квазиустановившихся режимах течения.



Изолинии V_x (входной участок диффузора)



Изолинии V_x (входной участок диффузора)



Изолинии V_x (входной участок диффузора)

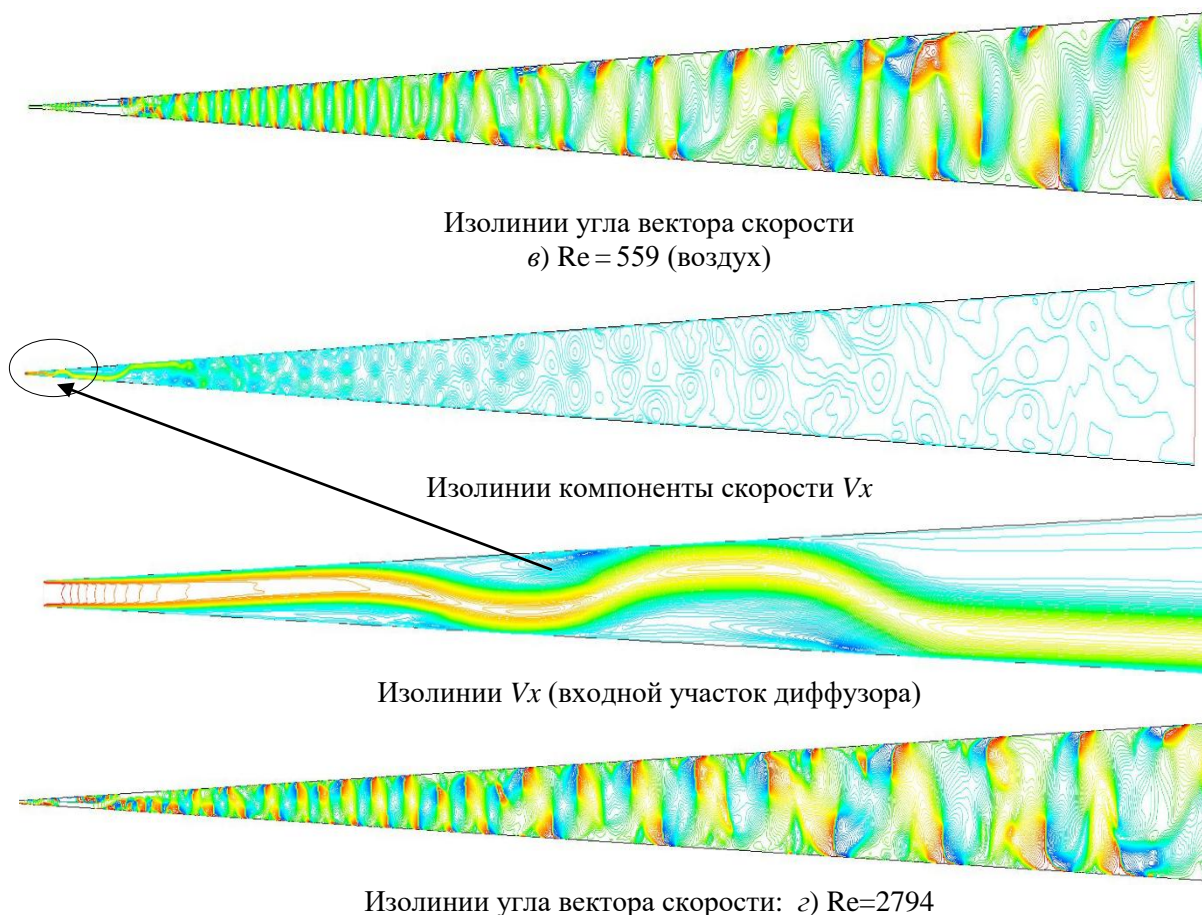
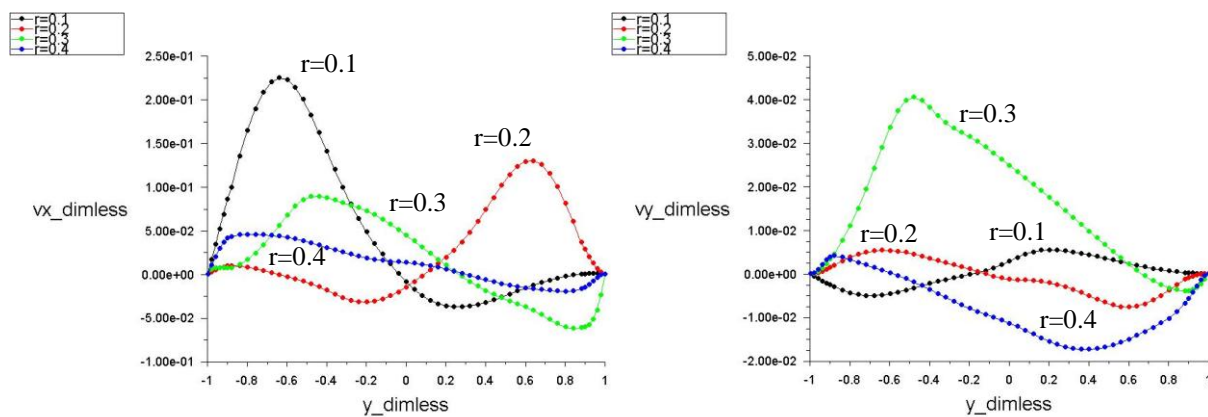


Рис. 6. Изолинии горизонтальной компоненты (верхние рисунки) и угла вектора скорости (нижние рисунки) для разных чисел Рейнольдса: а) $Re=419$, б) $Re=499$, в) $Re=559$, з) $Re=2794$

При $Re > 299$ диапазон изменения угла вектора скорости становится равным от -180° до $+180^\circ$ для всех значений числа Рейнольдса, указанных на рис. 6, а–з. Основные характеристики течения изменяются, как по пространству (вдоль и поперек диффузора), так и во времени. Шахматная перемежаемая структура течения со временем начинает медленно изменяться при числах Рейнольдса $Re > 559$.

На рис. 7, а–з представлены мгновенные профили компонент вектора скорости в различных вертикальных сечениях ($r=0.1, 0.2, 0.3$ и 0.4 м) и для разных чисел Рейнольдса: а) $Re=419$, б) $Re=499$, в) $Re=559$, з) $Re=2794$. Профили компонент скорости показывают сильную несимметрию течения при данных числах Рейнольдса.



а) $Re = 419$

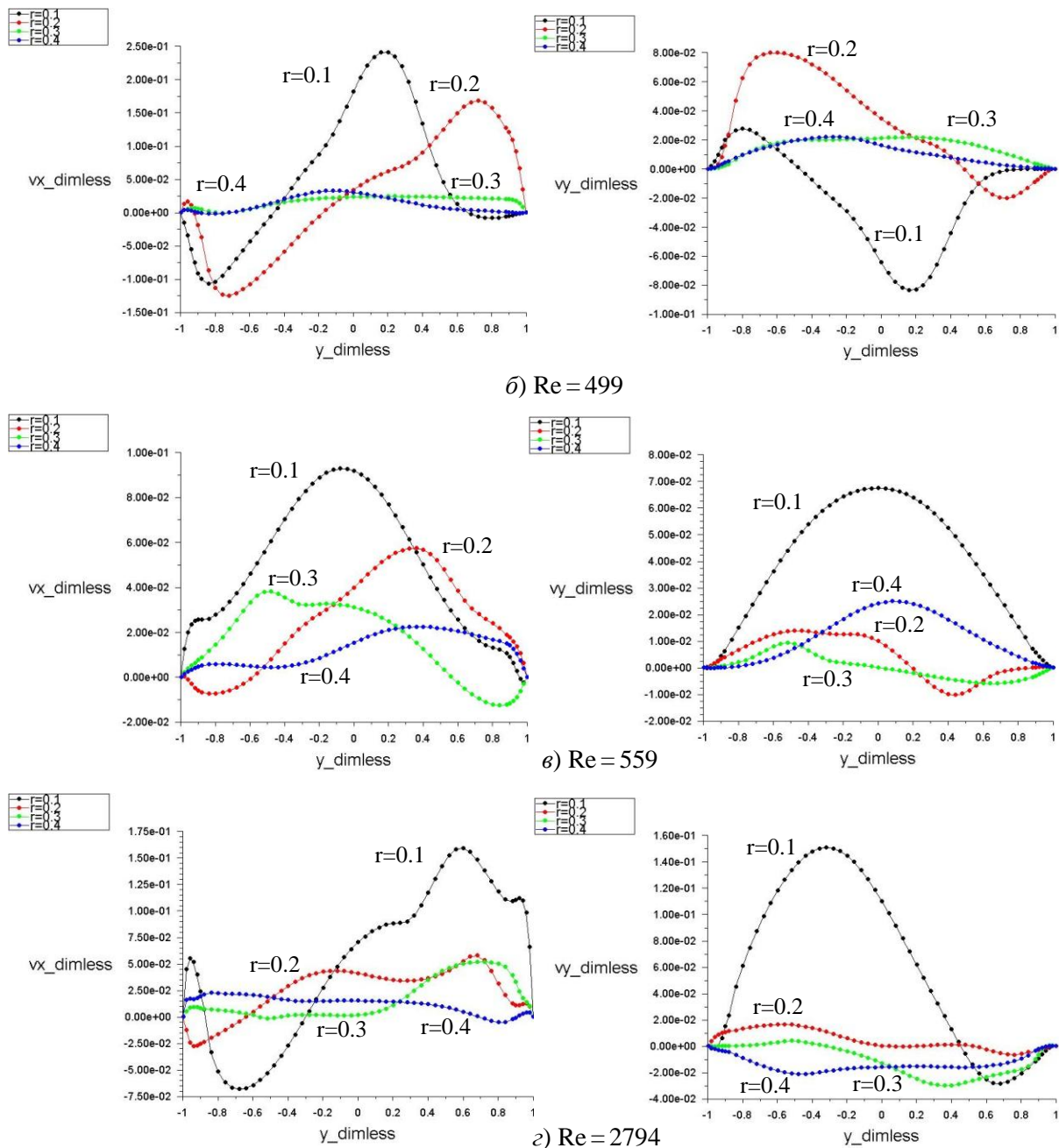


Рис. 7. Мгновенные безразмерные профили горизонтальной (слева) и вертикальной (справа) компонент вектора скорости для разных вертикальных сечений ($r = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м) и чисел Рейнольдса: а) $Re = 419$, б) $Re = 499$, в) $Re = 559$, з) $Re = 2794$

На рис. 8, а, б представлены мгновенные профили горизонтальной (а) и вертикальной (б) компонент вектора скорости вдоль оси диффузора ($y = 0$) при числах Рейнольдса $Re = 419$ (воздух) и $Re = 599$. Знакопеременность профиля вертикальной компоненты скорости по оси диффузора говорит о срыве пограничного слоя и наличии вихрей у стенок и перемежаемости течения.

На рис. 9, а, б для $Re = 2794$ показано изменение горизонтальной (а) и вертикальной (б) компонент вектора скорости вдоль оси диффузора ($y = 0$) и вдоль линий параллельных продольным стенкам диффузора, расположенным на расстоянии 0.1 мм от стенок.

На рис. 9, а, б приняты обозначения: y^+ – линии, отстоящей от верхней стенки диффузора на 0.1 мм и y^- – линии, отстоящей от нижней стенки диффузора на 0.1 мм. Следует отметить, что профили скорости вдоль верхней y^+ и нижней y^- линий, параллельных про-

дольным стенкам диффузора, имеют подобный характер, но изменяются по длине в шахматном порядке с приблизительно одинаковыми частотно-амплитудными характеристиками.

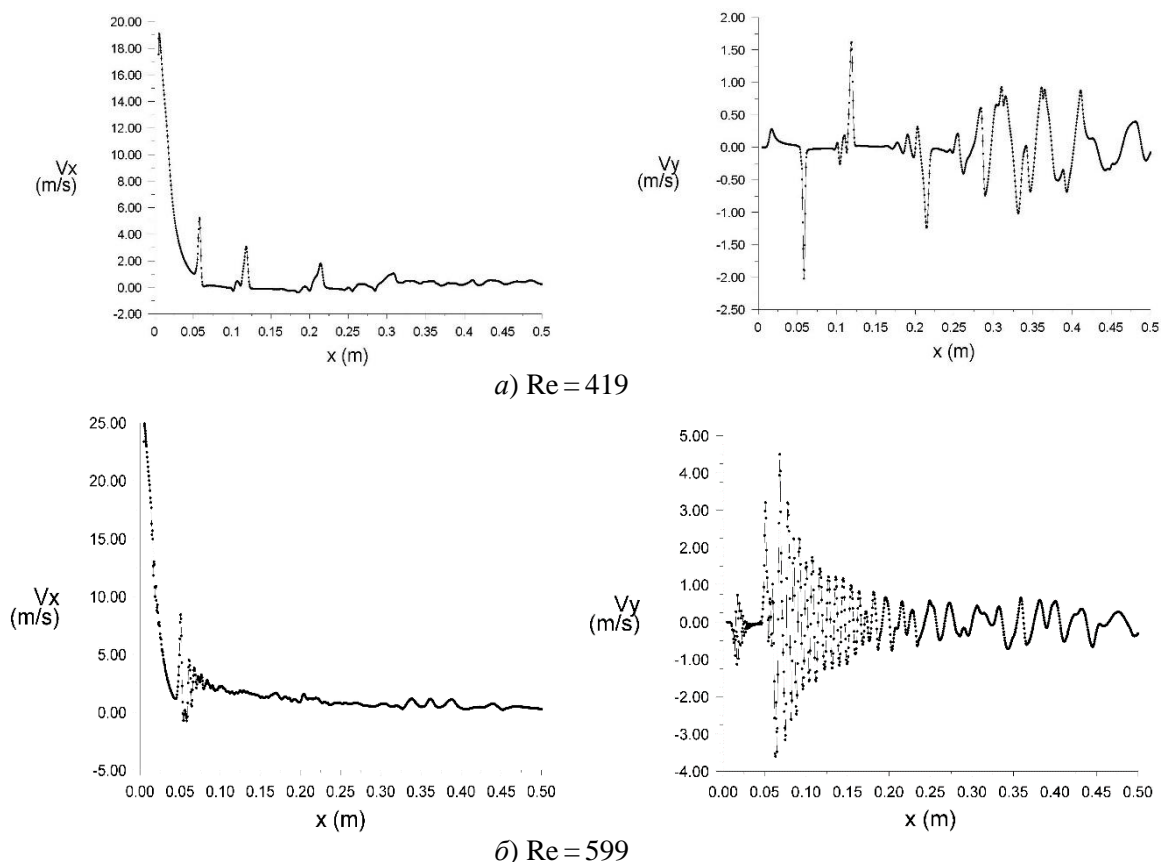


Рис. 8. Мгновенные размерные профили горизонтальных (V_x) и вертикальных (V_y) компонент вектора скорости вдоль оси диффузора при числах Рейнольдса: а) $Re = 419$, б) $Re = 599$

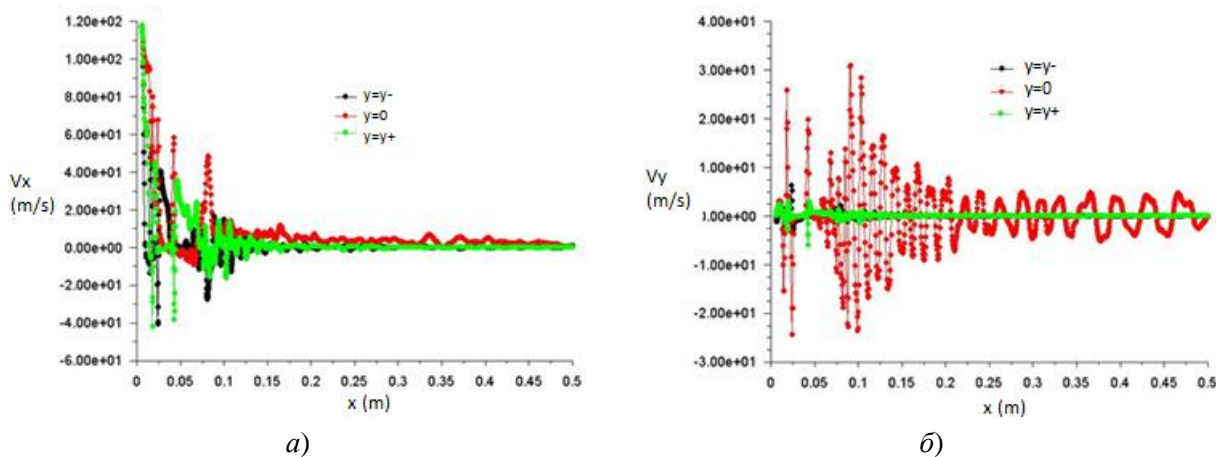


Рис. 9. Профили горизонтальных (а) и вертикальных (б) компонент скорости для $Re = 2794$, в разных продольных сечениях диффузора (вдоль оси $y = 0$ и вдоль линий y^+ и y^- , параллельных стенкам диффузора на расстоянии 0.1 мм от стенок)

Расчеты подтверждают, что интенсивность течения по длине диффузора уменьшается, то есть, явно выраженная на начальном участке диффузора струя основного течения, почти исчезает на конечном участке, так как за счет расширения диффузора кинетическая энергия потока преобразуется в увеличение статического давления.

Кроме изменения характера течения по длине диффузора, структура течения при $Re \geq 419$ меняется и со временем. Изменения структуры течения происходят следующим образом. С течением времени основное течение (струя) на начальном участке диффузора начинает медленно менять своё положение относительно оси диффузора и как следствие этого, структура течения во всей области диффузора также периодически изменяется во времени (рис. 10). Основное течение, как бы прижимается к одной из стенок диффузора и на начальном участке диффузора становится практически параллельным верхней или нижней стенке диффузора. Отметим, что длина участков параллельного течения вдоль верхней или нижней стенки диффузора уменьшается с увеличением числа Рейнольдса. В средней части диффузора основное течение, изменяя свое направление от верхней к нижней стенке, приобретает упорядоченную шахматную структуру, которая затухает и распадается, приближаясь к выходному участку диффузора (см. рис. 6, *a-z*). Расчеты показали, что частота перемежаемости (изменения угла вектора скорости) основного течения зависит от величины числа Рейнольдса и уменьшается к выходному участку диффузора, как и амплитуда изменения угла наклона вектора скорости.

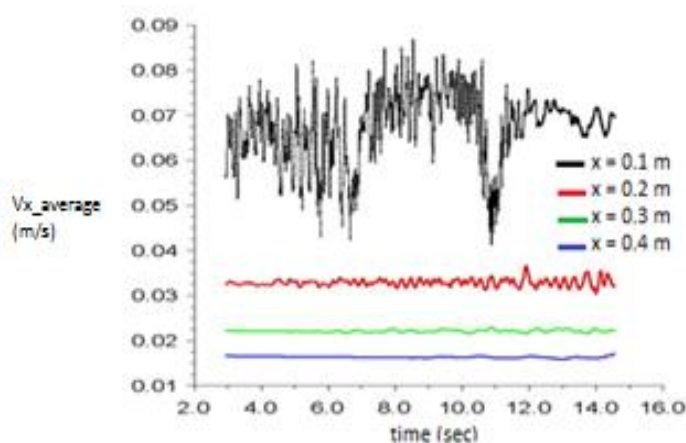
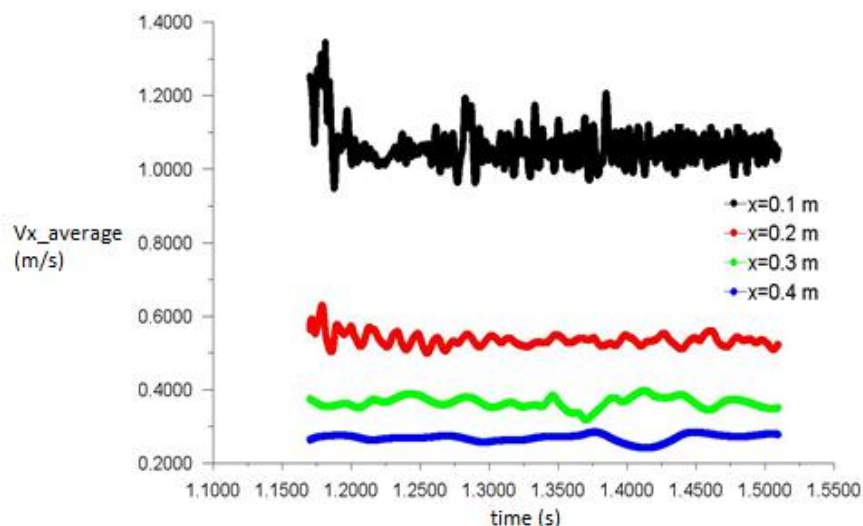


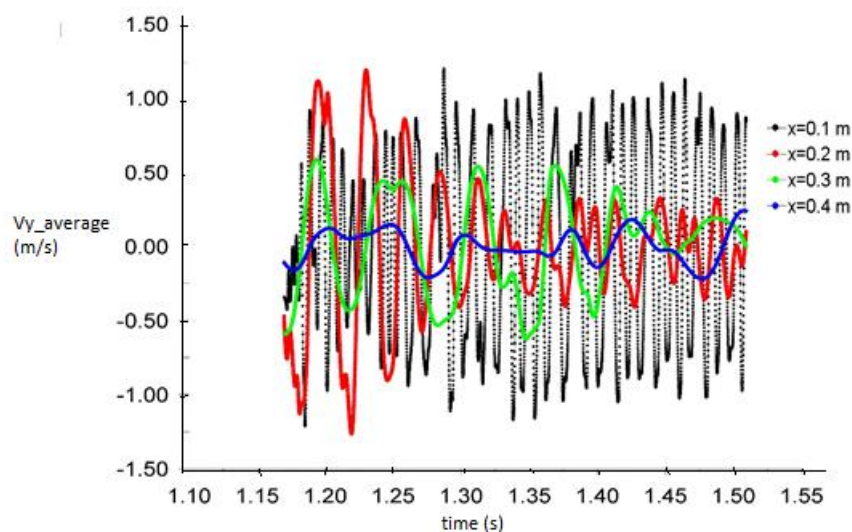
Рис. 10. Зависимости от времени средних значений горизонтальных компонент вектора скорости V_x (в четырех вертикальных сечениях: $x = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м) при числе Рейнольдса $Re = 499$ (вода)

Средние амплитуды и частоты осцилляций скорости по времени в разных поперечных сечениях диффузора имеют разные значения, и изменяются по длине диффузора. На рис. 10 и рис. 11, *a, б* для $Re = 449$ и $Re = 559$ показаны зависимости от времени средних значений компонент вектора скорости для четырех вертикальных сечений ($x = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м). Эти зависимости показывают, что для данных чисел Рейнольдса ($Re = 449$ и $Re = 559$) в каждом сечении диффузора осцилляции скорости имеют свои частоты и амплитуды, причем с увеличением продольной координаты частота и амплитуда колебаний средней скорости в поперечном сечении уменьшаются, как следствие расширения диффузора и уменьшения модуля средней продольной скорости.

Средние значения горизонтальных компонент вектора скорости уменьшаются с удалением от входа в диффузор, которые со временем осциллируют около средних (по времени) значений, соответствующих каждому вертикальному сечению (рис. 11, *a*). Средние значения вертикальных компонент вектора скорости также уменьшаются с удалением от входа в диффузор и осциллируют около нулевого значения, меняя знак (рис. 11, *б*). На рис. 11 представлены средние скорости на квазистационарном режиме течения и исключены начальные переходные участки. Амплитуды и частоты колебаний скорости уменьшаются с удалением от входа в диффузор.



а)



б)

Рис. 11. Зависимости от времени средних значений горизонтальных V_x (а) и вертикальных V_y (б) компонент вектора скорости при числе Рейнольдса $Re = 559$ (воздух) в четырех вертикальных сечениях: $x = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ м

Из результатов численного моделирования, представленных в табл. 1 можно указать следующие диапазоны чисел Рейнольдса для режимов течения несжимаемой жидкости в плоском диффузоре с углом раствора $\beta = 4^\circ$: стационарное симметричное течение (CCT) при $Re < 279$, стационарное несимметричное течение (CHT) при $279 < Re < 349$ и нестационарное несимметричное течение (HHT) при $Re > 399$. Можно отметить, что указанные диапазоны режимов по характеру течения в диффузоре не противоречат данным, известным из литературы.

4. Заключение

Численно показано существование симметричных и несимметричных стационарных режимов течения. Для нестационарных режимов течения показана перемежаемость структуры течения и изменение осцилляций скорости течения по длине диффузора.

Указаны диапазоны чисел Рейнольдса для симметричных и стационарных режимов течения в диффузоре для плоского диффузора с углом раствора 4° .

Результаты могут быть использованы для качественной оценки характера течения при числах Рейнольдса $0 < Re < 2.8 \times 10^3$ в узких диффузорах и верификации CFD кодов.

Благодарность:

Автор благодарен Акуленко Л.Д., Кумакшеву С.А. и Филиппову А.С. за обсуждения, ценные советы и полезные замечания.

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-08-01365.

Литература

1. Jeffery G.V. The two-dimensional steady motion of a viscous fluid // *Phil. Mag.* 1915. Ser.6. V29. № 172. Pp. 455–465.
2. Hamel G. Spiralförmige Bewegungen zäher Flüssigkeiten // *Jahres her. Deutsch. Math. Ver.* 1917. Bd 25. S. 34–60.
3. Джеффри Дж. Б. Двумерное установившееся движение вязкой жидкости. Перевод с английского Д.В. Георгиевского (соредакторы перевода Л.Д. Акуленко, С.В. Нестеров). // *Нелинейная динамика*, 2009, Т.5, №1, 2009г., С.101–109.
4. Гамель Г. “Спиралевидные движения вязкой жидкости”, Перевод с немецкого С.В. Нестерова (соредакторы перевода Л.Д. Акуленко, Д.В. Георгиевский). // *Нелинейная динамика*, Т.5, № 1, 2009г., С.111–133.
5. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963. 727 с.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
7. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат, 1955. 520 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
9. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с
10. Пухначев В.В. Симметрии в уравнениях Навье–Стокса // *Успехи механики*, 2006, Т. 4, № 1, С. 6–76.
11. Акуленко Л. Д., Георгиевский Д.В., Кумакшев С.А. Новые несимметричные и многомодовые решения задачи о течении вязкой жидкости в плоском конфузоре // *Докл. РАН.* 2002. Т. 383. № 1. С. 46–50.
12. Акуленко Л.Д., Георгиевский Д.В., Кумакшев С.А. Регулярно продолжаемые по числу Рейнольдса решения задачи Джеффри–Гамеля // *Изв. РАН. МЖГ.* 2004. № 1. С. 15–32.
13. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А. Многомодовая бифуркация течения вязкой жидкости в плоском диффузоре // *ДАН.* 2004. Т. 399. №5. С. 620–624.
14. L.D. Akulenko, S.A. Kumakshev. Bifurcation of multimode flows of a viscous fluid in a plane diverging channel // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics.* 2008. V. 72. Pp. 296–302.
15. Шапеев А.В. Нестационарное автомодельное течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре // *Изв. РАН. МЖГ.* 2004. № 1. С. 41–46.
16. Эшдлсажи Дж., Джонстон Дж. П. Неустойчивый отрыв потока и максимальное восстановление давления в двумерных диффузорах с прямолинейными стенками // *Теоретические основы инженерных расчетов.* 1980. Т. 102. № 3. С. 97–106.
17. Федоренко А.Т. Численное исследование нестационарных дозвуковых течений вязкого газа во внезапно расширяющемся плоском канале. // *Изв. РАН. МЖГ.* 1988. № 4. С. 32–41.
18. Majid Nabavi. Three-dimensional asymmetric flow through a planar diffuser: Effects of divergence angle, Reynolds number and aspect ratio. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37, 2010, pp. 17–20.

19. Moore, C. and Kline, S.J., Some Effects of Vanes and of Turbulence in Two-Dimensional Wide-Angle Subsonic Diffusers, NASA TN 4080, 1958.
20. Смит С.Р., Клайн С.Дж. Экспериментальное исследование нестационарного отрывного течения в плоских диффузорах // Теоретические основы инженерных расчетов. 1973. № 1. С. 103–108.
21. Герасименко В.П., Ткачук А.С., Яцышин А.А. О полярах плоских диффузоров // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование, 2012. №8. С. 137–142.
22. Samy M. El-Beheery, Mofreh H. Hamed. A comparative study of turbulence models performance for separating flow in a planar asymmetric diffuser // Computers & Fluids. V. 44, Issue 1, 2011, pp. 248–257.
23. Jakirlic S., Kadavelil G., Kornhaas M., Schäfer M., Stenel D.C., Tropea C. Numerical and physical aspects in LES and hybrid LES/RANS of turbulent flow separation in a 3-D diffuser // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2010. V. 31, Issue 5. Pp. 820–832.
24. Фокс Д.А., Клайн С.Дж. Режимы течения в криволинейных дозвуковых диффузорах // Техническая механика. 1962. № 3. С. 3–19.
25. Goldshtik M., Hussain F., and Shtern V. Symmetry breaking in vortex-source and Jeffery–Hamel flows // J. Fluid mech. 1991. V. 232. Pp. 521–566.
26. Durst F., Melling A., Whitelaw J.H. Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion // Journal of Fluid Mechanics. 1974. V. 64, Issue 01. Pp. 111–128.
27. Cherdron W., Durst F., and Whitelaw J.H. Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions // Journal of Fluid Mechanics. 1978. V.84. Issue 01. Pp. 13–31.
28. Fearn R.M., Mullin T., and Cliffe K.A. Nonlinear flow phenomena in a symmetric sudden expansion // Journal of Fluid Mechanics / Volume 211 / February 1990, Pp. 595–608.
29. Thiruvengadam M., Armaly B.F., Drallmeier J.A. Three dimensional mixed convection in plane symmetric-sudden expansion. Three dimensional mixed convection in plane symmetric-sudden expansion: Symmetric flow regime. // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2009. V 52. Pp. 899–907.
30. Mizushima J., Okamoto H., and Yamaguchi H. Stability of flow in a channel with a suddenly expanded part // Physics of Fluids. 1996, V. 8, Pp. 2933–2942.
31. Mizushima J., and Shiotani Y. Transitions and instabilities of flow in a symmetric channel with a suddenly expanded and contracted part // Journal of Fluid Mechanics. 2001. V. 434. Pp.355–369.
32. Drikakis D. Bifurcation phenomena in incompressible sudden expansion flows // Phys. Fluids. 1997. V. 9. Pp.76–86.
33. Patel S., and Drikakis D. Prediction of flow instabilities and transition using high-resolution methods. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS, 2004, Pp. 1–12.
34. Eagles P.M., Weissman M.A. On the stability of slowly varying flow: the divergent channel. // J. Fluid Mech. 1975. V. 69, part 2, Pp. 241–262.
35. Dijkstra H.A., Wubs F.W., Cliffe A.K., Doedel E., Dragomirescu I.F., Eckhardt B., Gelfgat A.Yu., Hazel A.L., Lucarini V., Salinger A.G., Phipps E.T., Sanchez-Umbria J., Schuttelaars H., Tuckerman L.S., and Thiele U. Review article. Numerical Bifurcation Methods and their Application to Fluid Dynamics: Analysis beyond Simulation. Commun. Comput. Phys. Vol. 15, No. 1, January 2014, Pp. 1–45.
36. Kerswell, R.R., Tutty, O.R. and Drazin, P.G. Steady nonlinear waves in diverging channel flow // Journal of Fluid Mechanics. 2004. V. 501. Pp.231–250.
37. Haines P.E., Hewitt R.E., and Hazel A.L. The Jeffery–Hamel similarity solution and its relation to flow in a diverging channel // J. Fluid Mech., 2011. V. 687. Pp. 404–430.
38. Dennis S.C.R., Banks W.H.H., Drazin P.G., and Zaturka M.B. Flow along a diverging channel // J. Fluid Mech. 1997. V. 336, Pp. 183–202.

39. Tutty, O.R. Nonlinear development of flow in channels with non-parallel walls // J. Fluid Mech. 1996. V. 326. Pp. 263–284.
40. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. Перевод с английского Л.В. Соколовской под редакцией Г.И. Баренблатта и В.П. Шидловского. М.: “Мир”, 1986.
41. Федюшкин А.И., Течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре: переход от симметричного к несимметричному и от стационарного к нестационарным режимам течения. - Препринт № 1075, М.: ИПМех РАН, 2014, 42 с.

Статья поступила в редакцию 13 декабря 2016 г.