

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СЖИМАЕМЫХ СРЕД МЕТОДОМ АДАПТИВНЫХ И НАЛОЖЕННЫХ СЕТОК

**Бураго Н.Г.<sup>1</sup>, Никитин И.С.<sup>2,3</sup>, Якушев В.Л.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского, 101, пр. Вернадского, 119526, Москва

<sup>2</sup> Институт автоматизации проектирования РАН, 19/18, 2ая Брестская улица, 123056, Москва

<sup>3</sup> «МАИ» - Национальный Исследовательский Университет, 4, Волоколамское шоссе, 125080, Москва

В данной работе течения газа рассчитываются методом сквозного счета при совместном применении следующих составляющих: 1) метод наложенных сеток для задания сложной геометрии; 2) метод упругих произвольно подвижных адаптивных сеток для минимизации ошибок аппроксимации в окрестности ударных волн, пограничных слоев, контактных разрывов и подвижных границ; 3) безматричная реализация эффективных явных и явно- неявных схем метода конечных элементов; 4) метод уравнивающей вязкости (вариант стабилизированного метода Петрова-Галеркина); 5) метод экспоненциальной подгонки коэффициентов физической вязкости.

Метод наложенных сеток имеет уже полувековую историю (см. обзоры [1,2]) и облегчает задание сложной и переменной геометрии областей решения. Метод упругих адаптивных сеток (история и алгоритмы) описан в [3]. Безматричная реализация МКЭ для явных и неявных схем рассмотрена в [4]. Метод уравнивающей вязкости (история и алгоритмы) описан в [5]. Наконец, метод экспоненциальной подгонки, состоящий в уменьшении физической вязкости с ростом искусственной вязкости, предложен А.А. Самарским в середине 1960х годов и развит в работе [6]. Данное сочетание составляющих применяемого численного метода отобрано в процессе численных экспериментов с известными методами. На наш взгляд, оно является привлекательным ввиду ряда положительных качеств, к которым можно отнести робастность, то есть работоспособность в широком диапазоне входных данных без дополнительной подстройки управляющих параметров. Затем важным представляются относительная простота реализации и гибкость, то есть возможность быстрого учета изменений в постановках задач и даже изменения класса задач. Наконец, очень хорошей особенностью является возможность получения достаточно точных решений при сравнительно небольших затратах работы расчетчика и вычислительной машины. По мере освоения упомянутых выше составляющих применяемого метода результаты

публиковались в работах [7-10]. Ниже приведем характерные результаты расчета двумерных задач. Сразу отметим, что алгоритмы решения трехмерных задач также подготовлены и отлажены, но имеющиеся в распоряжении персональные компьютеры обладают недостаточным быстродействием и пока не позволяют получать решения, которые представили бы общий интерес.

На Рис. 1 показано сравнение нашего решения с результатом [5]. Применены одинаковые методы, но при одном и том же количестве узлов у нас скачки прописаны лучше благодаря подвижной адаптивной (упругой) сетке.

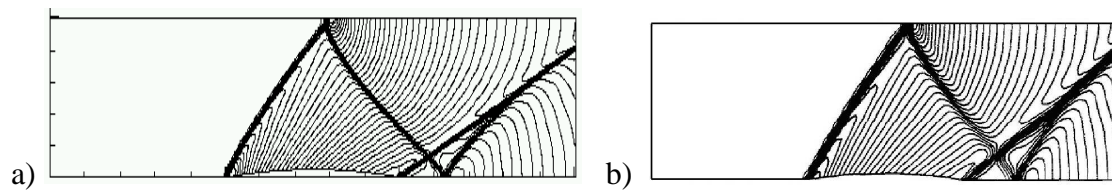


Рис. 1. Изолинии давления для течения газа в канале с параболической аркой (на входе  $M=2$ )  
(a) – наш расчет, (b) – расчет [5] для  $\gamma=1.4$ ,  $t=8.0$

На Рис. 2 показана отличная работа адаптивных и наложенных сеток (пример сложной геометрии).

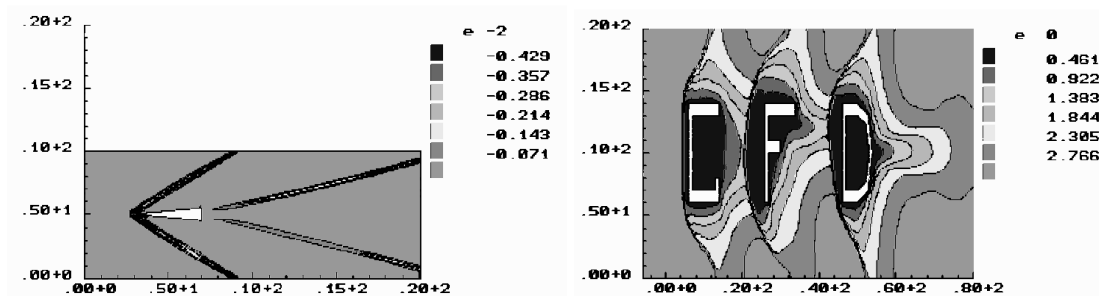


Рис. 2. Ударные волны при сверхзвуковом обтекании клина при  $M=2$  (изолинии  $\nabla \cdot \mathbf{u} \Delta t$ ) и внесенных в сверхзвуковой поток ( $M=2$ ) препятствий в виде букв «CFD» (изополосы локального числа Маха)

Примеры расчета трансзвуковых и дозвуковых течений показаны на Рис. 3. Слева на Рис. 3 показаны изополосы локального числа Маха, демонстрирующие образование скачка при дозвуковом обтекании параболической арки (на входе  $M=0.84$ ) из предыдущего примера. Справа показаны изополосы завихренности, демонстрирующие дорожку вихрей Кармана за цилиндром квадратного сечения (на входе  $M=0.1$ ). В этом случае в расчете учитывалась вязкость ( $Re=500$ ). Отметим, что во всех представленных расчетах число узлов сетки не превышало примерно 6000, так что

на расчет нестационарной задачи данного класса требуется не более часа машинного времени.

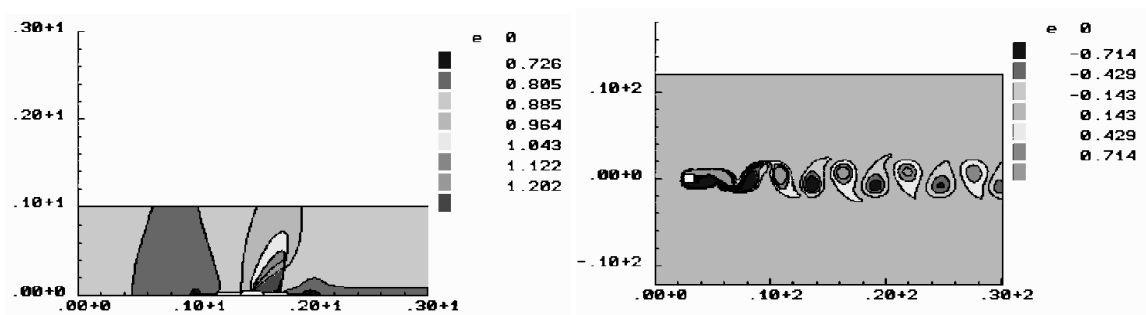


Рис.3. Образование скачка при дозвуковом обтекании параболической арки ( $M=0.84$ ) и дорожка Кармана при обтекании цилиндра дозвуковым потоком сжимаемого вязкого газа ( $M=0.1$ ,  $Re=500$ )

Результаты хорошо согласуются с известными решениями данных задач. О затратах вычислительной работы можно заметить, что мультипликационное представление эволюции нестационарных решений можно просматривать непосредственно в процессе расчета.

Исследование выполнено в рамках проекта РФФИ 15-08-02392.

## Литература

1. Бурого Н.Г., Кукуджанов В.Н. Обзор контактных алгоритмов // Изв. РАН, МТТ. 2005. № 1. С. 44-85.
2. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М. ФИЗМАТЛИТ. 2001.
3. Бурого Н.Г., Иваненко С.А. Применение уравнений теории упругости к построению адаптивных сеток// Труды Всеросс. Конф. по прикладной геометрии, построению сеток и высокопроизводительным вычислениям. М.: ВЦ РАН. 2004. 28 июня- 1 июля. С. 107-118.
4. Бурого Н.Г., Кукуджанов В.Н. Численное решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет программ АСТРА. В кн. Вычислительная механика твердого деформируемого тела. Вып. 2. М.: Наука. 1991. С. 78-122.
5. Le Beau G.J., Ray S.E., Aliabadi S.K. and Tezduyar T.-E. SUPG finite element computation of compressible flows with the entropy and conservation variables formulations // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1993. V. 104. Pp. 397-422.
6. Дулан Э., Миллер Дж., Шилдерс У. Равномерные численные методы решения задач с пограничным слоем. М. "Мир". 1983.
7. Бурого Н.Г., Никитин И.С., Якушев В.Л. Гибридный численный метод решения нестационарных задач механики сплошной среды. Сборник трудов XVI Всероссийской конференции-школы молодых исследователей «Современные проблемы математического моделирования». Ростов на Дону. Изд-во ЮФУ. 2015. С. 40-46.
8. Burago N.G., Nikitin I.S. Application Arbitrary Moving Adaptive Grids to Problems of Continuum Mechanics. Physical and Mathematical Problems of Advanced Technology Development: Abstracts of Intern. Scientific Conf. BMSTU Moscow 17-19 November 2014. - Moscow: BMSTU. 2014. Pp. 75-76.
9. Бурого Н.Г., Никитин И.С. О методе наложенных сеток// Материалы XVIII международной конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013) - М.: МАИ-ПРИНТ. 2013. С. 514-516.
10. Бурого Н.Г. О расчетах нестационарных течений на адаптивных сетках// Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2009) 25-31 мая 2009, г. Алушта. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. 2009. С. 159-160.