

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Шумиловой Владлены Валерьевны **«Эффективные динамические характеристики микронеоднородных сред с диссипацией»**, представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Актуальность темы диссертации

Изучение свойств микронеоднородных сред и происходящих в них процессов является одним из наиболее востребованных направлений развития механики гетерогенных сред. Среди подобных сред важное место занимают среды, состоящие из двух или более дискретных фаз (компонентов), хотя бы одна из которых обладает диссипацией, обусловленной вязкостью и/или последействием. Самыми наглядными и распространенными примерами таких сред могут служить осадочные горные породы, нефтеносные пласты, полимерные композиты и фильтры.

Как известно, характерный масштаб внутренней структуры микронеоднородной среды значительно больше межатомных расстояний, но очень мал по сравнению с размерами ее образца. Таким образом, физическое состояние микронеоднородной среды описывается уравнениями механики сплошной среды, коэффициенты которых быстро осциллируют. Последнее приводит к тому, что прямое численное исследование механического поведения микронеоднородных сред, состоящих из многих десятков или сотен тысяч включений фаз друг в друга, чрезвычайно затруднительно. В этой ситуации в механике традиционно переходят к исследованию поведения соответствующих эффективных (усредненных) сред, которое близко к поведению исходной среды.

На основании вышеизложенного не вызывает сомнений актуальность темы диссертации, посвященной математически строгому выводу усредненных моделей и исследованию с их помощью динамического поведения микронеоднородных сред с диссипацией, состоящих из твердой и твердой/жидкой фаз.

Структура, объем и краткое содержание работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 272 страницы.

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, приведен обзор литературы по теме диссертационной работы, дана информация об апробации работы и ее структуре, сформулированы цель и научная новизна работы, теоретическая и практическая значимость результатов.

В **первой главе** рассмотрены микронеоднородные твердые среды, состоящие из периодически чередующихся двух вязкоупругих фаз или упругой и вязкоупругой фаз. Выписаны их тензоры ядер релаксации и дана классификация вязкоупругих материалов. Сформулированы начально-краевые задачи, описывающие колебания микронеоднородных твердых сред. С помощью метода двухмасштабной сходимости и преобразования Лапласа выведены усредненные начально-краевые задачи, описывающие колебания однородных вязкоупругих материалов с памятью. Доказано, что решения усредненных задач есть сильные L^2 -пределы последовательностей решений исходных начально-краевых задач.

Во **второй главе** рассмотрены микронеоднородные смешанные среды, состоящие из периодически чередующихся твердой и жидкой фаз, а также микронеоднородные частично пористые твердые материалы с жидкостью, заполняющей поры. Сформулированы начально-краевые задачи, описывающие колебания таких сред, и выведены соответствующие им усредненные начально-краевые задачи. Найдены сильные L^2 -пределы последовательностей решений исходных задач и показано, что для смешанных сред, состоящих из твердого материала и вязкой сжимаемой жидкости, они совпадают с решениями усредненных задач, а для смешанных сред, состоящих из твердого материала и слабовязкой сжимаемой жидкости, они равны суммам решений усредненных задач и осциллирующих вектор-функций.

В третьей главе рассмотрены слоистые среды с диссипацией, состоящие из периодически чередующихся плоских слоев двух изотропных фаз. Одна из этих фаз состоит из упругого или вязкоупругого материала, а другая – из вязкоупругого материала или вязкой сжимаемой жидкости. На основе результатов первых двух глав выведены формулы для компонентов тензоров модулей упругости, коэффициентов вязкости и регулярных частей ядер релаксации соответствующих усредненных сред.

Четвертая глава посвящена изучению спектров одномерных собственных колебаний двухфазных слоистых сред с диссипацией, отдельных их фаз, а также соответствующих им усредненных сред. Показано, что для слоистых сред нахождение точек этих спектров сводится к решению трансцендентных уравнений, а для отдельных их фаз и усредненных сред – к решению дробно-рациональных уравнений. Проведено сравнение спектров для усредненных сред и отдельных фаз слоистых сред и определены критерии отсутствия бесконечного числа их невещественных точек. Найдены множества всех конечных пределов последовательностей корней трансцендентных уравнений и показано, что их собственными подмножествами являются спектры одномерных собственных колебаний усредненных сред. Приведено численное сравнение точек спектров одномерных собственных колебаний слоистого композита и усредненного материала, показавшее, в частности, что увеличение числа слоев композита приводит к довольно быстрому их сближению.

В пятой главе исследованы процессы отражения и прохождения плоских звуковых волн на границах двухфазных слоистых сред с диссипацией. С помощью усредненных моделей выведены формулы для приближенных значений комплексных амплитуд отраженной и прошедшей волн. В качестве примера численно исследована частотная зависимость приближенных значений изменений уровня интенсивности звука при его прохождении через полосу заданного композита. Для случая, когда волны распространяются перпендикулярно слоям, выписана система уравнений для вычисления точных значений комплексных амплитуд отраженной и прошедшей волн. Численно проанализирована зависимость относительной погрешности приближенного значения амплитуды прошедшей волны от числа слоев композита.

В заключении приведены основные выводы диссертации.

Достоверность научных положений и выводов, сформулированных в диссертации, обеспечивается строгими математическими постановками рассматриваемых задач, обоснованностью принятых допущений, полными математическими доказательствами.

Основные результаты работы, полученные лично соискателем

В работе получен ряд новых интересных результатов, к наиболее важным из которых, по моему мнению, следует отнести следующие:

1. Математически строгий вывод усредненных уравнений акустики для 23 моделей микронеоднородных сред с диссипацией: 9 моделей твердых сред с периодической структурой, 6 моделей смешанных сред с периодической структурой и 8 моделей частично пористых твердых сред и жидкости, заполняющей поры.

2. Для 13 моделей двухфазных слоистых сред с диссипацией получены формулы для расчета компонентов тензоров ядер релаксации усредненных сред. Найдены уравнения для нахождения точек спектров одномерных собственных колебаний этих моделей, отдельных их фаз и усредненных сред. Перечислены модели слоистых сред, для которых их “усредненные” спектры (т.е. спектры одномерных собственных колебаний соответствующих усредненных сред) содержат бесконечное множество не вещественных точек. Найдены пределы по Хаусдорфу спектров одномерных собственных колебаний для всех 13 моделей слоистых сред. Доказано, что эти пределы есть объединения усредненных спектров и непустых конечных множеств, состоящих из отрицательных вещественных точек.

3. Получены формулы и системы уравнений для расчета соответственно приближенных и точных значений комплексных амплитуд отраженных и прошедших волн на границах слоистых сред из п. 2.

4. На примере заданного слоистого композита численно показано, что увеличение числа слоев приводит к довольно быстрому сближению точек спектра одномерных собственных колебаний двухфазной слоистой среды к точкам ее усредненного спектра, а также точного и приближенного значений амплитуды прошедшей через ее границу волны.

Заключение

Диссертация «Эффективные динамические характеристики микронеоднородных сред с диссипацией» является законченным научным

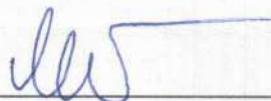
исследованием, посвященным актуальной теме и имеющим важное фундаментальное и прикладное значение. Она является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение.

Основные результаты диссертации опубликованы в 35 работах, в число которых входят 22 статьи в рецензируемых научных журналах, рекомендуемых ВАК и индексируемых в Web of Science и Scopus. Они докладывались и обсуждались на более чем 20 авторитетных российских и международных научных конференциях, и научных семинарах.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что представленная к защите диссертационная работа соответствует требованиям пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г., а ее автор Шумилова Владлена Валерьевна заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 - «Механика деформируемого твердого тела».

Доктор физ.-мат. наук, профессор
Мейрманов Анварбек Мукатович


10 « » июля 2019г.

Подпись профессора Анварбека Мукатовича Мейрманова Удостоверяю



Место работы: ФГАОУ ВО «Белгородский государственный национальный исследовательский университет»

Должность: профессор кафедры дифференциальных уравнений

Почтовый адрес: 308015, г. Белгород, ул. Победы, д. 85

Телефон: +7(4722) 30-18-27

Адрес электронной почты: anvarbek@list.ru