

На правах рукописи

ЛИСОВЕНКО ДМИТРИЙ СЕРГЕЕВИЧ

АУКСЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ИЗОТРОПНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ, КРИСТАЛЛОВ И АНИЗОТРОПНЫХ  
КОМПОЗИТОВ

01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела

А в т о р е ф е р а т  
диссертации на соискание учёной степени  
доктора физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)

Официальные оппоненты:

**Аннин Борис Дмитриевич**

академик, д.ф.-м.н., профессор, заведующий отделом механики деформируемого твердого тела Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

**Никитин Илья Степанович**

д.ф.-м.н., директор Института автоматизации проектирования РАН

**Шешенин Сергей Владимирович**

д.ф.-м.н., профессор кафедры теории пластичности механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого”.

Защита диссертации состоится “23” мая 2019 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при ИПМех РАН по адресу: 119526, г. Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМех РАН <http://www.ipmnet.ru/diss/diss/>.

Автореферат разослан “\_\_” \_\_\_\_\_ 2019 г.

Учёный секретарь

диссертационного совета Д 002.240.01

кандидат физико-математических наук

Е. Я. Сысоева

# Общая характеристика работы

## Актуальность работы

В современной механике важное место занимает создание разнообразных кристаллических конструкций из материалов, имеющих нано- и микромасштабную структуру, композиционных материалов, наполненных нано/микрообъектами, и метаматериалов. Такие материалы обладают уникальными механическими свойствами. Их необычные механические свойства оказывают сильное влияние на физические характеристики. Большое внимание уделяется, в частности, ауксетикам (материалам с отрицательным коэффициентом Пуассона).

Теоретические разработки в области описания и моделирования механических свойств таких материалов разнообразны и активно ведутся отечественными и зарубежными учеными. Большой вклад в исследования механических свойств ауксетиков внесли Ю.А. Баимова, В.Г. Балагуров, В.Н. Беломестных, И.Е. Беринский, С.В. Дмитриев, А.И. Епишин, А.Г. Колпаков, М.Я. Поперека, Н.Д. Паранский, Э.Г. Соболева, С.В. Шилько, K.L. Alderson, A. Ballato, D.M. Barnett, R.H. Vaughan, A.C. Branka, K.E. Evans, J.N. Grima, H. Jopek, R.S. Lakes, T.-C. Lim, V.A. Lubarda, F. Milstein, A.N. Norris, T. Paszkiewicz, X. Ren, M. Rovatti, F. Scarpa, T. Streck, T.C.T. Ting, K.W. Wojciechowski и др. В силу анизотропной структуры ауксетиков, нано/микротрубок и нано/микроусов важное значение приобретают разработки представлений теории упругости анизотропного тела Л.А. Агаловяном, В.И. Альшицом, С.А. Амбарцумяном, Б.Д. Анниным, Н.В. Баничуком, А.Ю. Беловым, А.Н. Даринским, С.В. Кузнецовым, С.Г. Лехнищом, И.М. Лифшицем, Н.И. Остросаблиным, Е.А. Подольской, В.С. Саркисяном, Ю.И. Сиротинным, М.Ю. Соколовой, П.Е. Товстиком, С.П. Токмаковой, Ю.А. Устиновым, К.Ф. Черных, М.П. Шаскольской, D.M. Barnett, S.C. Cowin, K.E. Evans, M.A. Hayes, J. Lothe, V.A. Lubarda, M.M. Mehrabadi, F. Milstein, A.N. Norris, W.P. Nye, T. Paszkiewicz, M. Rovatti, A.J.M. Spencer, A.N. Stroh, T.C.T. Ting, T.Y. Tomas, L.J. Walpole, K.W. Wojciechowski и др. Большой вклад в описание механических свойств углеродных и неуглеродных нано/микроусов и нано/микротрубок внесли Р.В. Гольдштейн, А.В. Елецкий, В.А. Еремеев, Е.А. Иванова, А.Л. Ивановский, С.Н. Коробейников, А.М. Кривцов, Н.Ф. Морозов, В.В. Покропивный, В.М. Фомин, А.В. Ченцов, Л.А. Чернозатонский, P. Avouris, R. Bacon, T. Belytschko, J. Cumings, M.S. Dresselhaus, T.W. Ebbesen, M.R. Falvo, Y. Huang, C.Q. Ru, R.S. Ruoff, J.P. Salvetat,

R. Tenne, J. Tersoff, G.G. Tibbetts, M.M.J. Treacy, C.Y. Wang, B.I. Yakobson, M.-F. Yu, P. Zhang, A. Zettle и др.

### **Цель диссертации**

Цель диссертации состоит в разработке новых моделей, описывающих механические свойства кристаллов, нано/микротрубок из них и слоистых композитов с помощью теории упругости анизотропного тела, выявлении особенностей механического поведения материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона.

### **Научная новизна**

1. Проведен численно-аналитический анализ упругих свойств монокристаллов различных кристаллических систем в рамках теории упругости анизотропного тела. Особое внимание уделено ауксетикам. Выявлено свыше **450** кристаллических ауксетиков среди **2000** кристаллов, экспериментальные данные о которых собраны в энциклопедическом справочнике Ландолт-Бернштейна. Установлены классификационные схемы для ауксетиков из кубических и гексагональных кристаллов и условия для поиска кристаллических ауксетиков и ауксетиков в среднем. Проанализированы упругие свойства фуллеритов и углеродных алмазоподобных материалов и выявлены ауксетики среди них.
2. В рамках теории упругости анизотропного тела впервые применена модель трубки с цилиндрической анизотропией для описания механических свойств нано/микротрубок. Для задач растяжения и кручения в рамках подхода Сен-Венана получены выражения для модуля Юнга, коэффициента Пуассона и крутильной жесткости для нано/микротрубок из монокристаллов различных кристаллических систем. Впервые установлен линейный прямой и обратный эффект Пойнтинга для хиральных нано/микротрубок.
3. В рамках теории упругости анизотропного тела проанализированы эффективные упругие характеристики двухслойных слоистых композитов, состоящих из кубических и гексагональных кристаллов, при растяжении. Проведено исследование эффективных упругих свойств трехслойных пластин, состоящих из кубических кристаллов, при растяжении и изгибе.
4. Проведен сравнительный анализ поверхностных волн Релея и Ля-

ва для изотропных материалов с положительным и отрицательным коэффициентом Пуассона.

### **Практическая значимость**

Результаты работы представляют теоретический и практический интерес для механики, физики, кристаллографии и материаловедения и могут использоваться при проектировании и разработке ауксетических конструкций композитов с заданными механическими свойствами.

Представленные в диссертации исследования выполнены в рамках проектов:

1. Грант Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских учёных – кандидатов наук МК-565.2012.1 “Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона и закономерности их упругого деформирования”, 2012 - 2013 гг.
2. Проект РФФИ № 14-01-31245 мол\_а “Теоретическое исследование влияния отрицательности коэффициента Пуассона на деформационные свойства для изотропных материалов и кристаллов различных систем при прямолинейной и криволинейной анизотропии”, 2014-2015 гг.
3. Проект РФФИ №15-31-70005 мол\_а\_мос “Разработка моделей и дизайна биodeградируемых кардиоваскулярных стентов с ауксетическими свойствами”, 2015-2016 гг.
4. Грант Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских учёных – кандидатов наук МК-5891.2015.1 “Численно-аналитическое моделирование механического поведения углеродных и неуглеродных нано/микрообъектов в рамках теории упругости анизотропного тела и дискретно-континуального подхода”, 2015-2016 гг.
5. Проект РФФИ №16-01-00325 “Численно-аналитическое моделирование механического поведения нано/микрообъектов в рамках теории упругости анизотропного тела и молекулярной динамики”, 2016-2018 гг.
6. Проект РФФИ №18-19-00736 “Развитие механики упругого и пластического деформирования и разрушения для совместного дизайна слоистых композитов”, 2018-2019 гг.

## **Достоверность**

Полученные аналитические результаты по определению механических свойств кристаллов, нано/микротрубок и слоистых композитов согласуются с известными результатами реальных экспериментов и результатами численных расчетов других исследователей.

## **Личный вклад автора**

Лисовенко Д.С. принимал участие во всех стадиях подготовки публикаций. Работа [8] выполнена автором самостоятельно. В [1-7,9-45] Лисовенко Д.С. принимал активное участие в постановке задач и совместной подготовке публикаций совместно с Р.В. Гольдштейном, В.А. Городцовым, С.В. Дмитриевым, Ю.А. Баимовой, Н.Л. Сизовой, А.И. Епишиным; численно-аналитический анализ механических свойств кристаллов, нано/микротрубок из них и слоистых композитов с помощью теории упругости анизотропного тела провел самостоятельно. В [35,36] разработка методики измерения и эксперимент сделан совместно с А.В. Ченцовым, обработка экспериментальных данных и их интерпретация проведена Лисовенко Д.С.

## **Апробация диссертации**

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных профильных научных конференциях:

1. Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. 2011 - Н. Новгород, 2015 - Казань.
2. International Conference Auxetics and other materials and models with “negative” characteristics and International Workshop Auxetics and related systems “Auxetics”. 2011 - Польша, 2014 - Польша, 2015 - Мальта, 2016 - Польша, 2017 - Греция.
3. Международная конференция “Деформация и разрушение материалов и наноматериалов - DFMN”. 2011, 2013, 2015, 2017 гг. - Москва.
4. Conference on Functional and Nanostructured Materials “FNMA’12”. 2012 - Греция.
5. International Conference on Nanostructured Materials “NANO-2014”. 2012 - Москва.

6. Научные чтения им. член-корр. АН СССР И.А. Одингга “Механические свойства современных конструкционных материалов”. 2016 - Москва.
7. The International Conference on Crystal Growth and Epitaxy “ICCGE 18”. 2016 - Япония.
8. Научные чтения им. член-корр. АН СССР И.А. Одингга “Механические свойства современных конструкционных материалов”. 2016 - Москва.
9. Первый Российский кристаллографический конгресс “От конвергенции наук к природоподобным технологиям”. 2016 - Москва.
10. International conference on topical problems of continuum Mechanics. 2017 - Армения.

Основные результаты диссертации были доложены на семинарах:

1. Семинар по механике сплошной среды им. Л.А. Галина (руководители: академик И.Г. Горячева и Ю.Н. Радаев, ИПМех РАН).
2. Семинар по механике систем (руководители: академик В.Ф. Журавлев и академик Д.М. Климов, ИПМех РАН).
3. Семинар по проблемам механики сплошной среды (руководители: С.В. Нестеров и профессор РАН Д.В. Георгиевский, ИПМех РАН).
4. Семинар по механике прочности и разрушения материалов и конструкций (руководители: С.В. Кузнецов и Е.И. Шифрин, ИПМех РАН).
5. Семинар по механическим свойствам кристаллов (руководитель: В.И. Альшиц, ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН).

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 45 статей в журналах, индексируемых в Web of Science и/или Scopus, и в журналах из перечня Высшей аттестационной комиссии РФ. Список работ приведен в конце автореферата.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, 5 глав, приложения и списка литературы. Общий объем работы составляет 392 страницы, включая 155 рисунка и 83 таблицы. Список литературы содержит 242 наименования.

# Содержание работы

Во введении обоснована актуальность рассматриваемых в работе проблем, сформулирована цель и задачи диссертационной работы, перечислены представленные в диссертации новые результаты, их практическая ценность и положения, выносимые на защиту, кратко изложена структура диссертации.

В первой главе дается теоретическое описание упругих свойств кристаллов. Моделью является стержень, вырезанный из кристаллов кубической, гексагональной, ромбоэдрической, тетрагональной и орторомбической систем. Особое внимание уделяется ауксетикам.

В разделе 1.1 анализируется одноосное растяжение стержней и определяются технические упругие характеристики (модуль Юнга, коэффициент Пуассона) таких стержней при различных ориентациях кристаллической структуры относительно оси стержня. Продольное растяжение стержня в направлении единичного вектора  $\mathbf{n}$  под действием силы  $P$  (на единицу площади сечения) и относительное изменение его поперечного размера в направлении вектора  $\mathbf{m}$  определяются модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  с помощью тензорных коэффициентов податливости  $s_{ijkl}$

$$E^{-1}(\mathbf{n}) = s_{\alpha\beta\lambda\mu} n_\alpha n_\beta n_\lambda n_\mu, \quad \nu(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = -E(\mathbf{n}) s_{ijkl} n_i n_j m_k m_l.$$

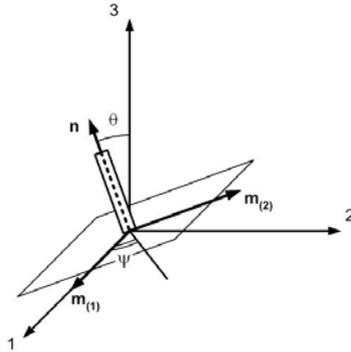


Рис. 1: Ориентация растягиваемого кристаллического образца, описываемая одним углом поворота в плоскости 23 от главной оси  $\theta$ .

В результате получены угловые зависимости модуля Юнга и коэффи-

циента Пуассона при различных ориентациях кристаллической структуры. На Рис.1 изображена ориентация кристаллического стержня с  $\mathbf{n} = (0, -\sin \theta, \cos \theta)$  и  $\mathbf{m} = (\cos \psi, \cos \theta \sin \psi, \sin \theta \sin \psi)$ , которая была проанализирована в первой главе.

Также был проведен анализ в случае произвольной ориентации кристаллической структуры для стержней из кристаллов кубической, гексагональной, ромбоэдрической, тетрагональной и орторомбической систем. Для кристаллов рассматриваемых систем использовалась декартовая система координат с кристаллографическими осями и с главной осью в направлении 3.

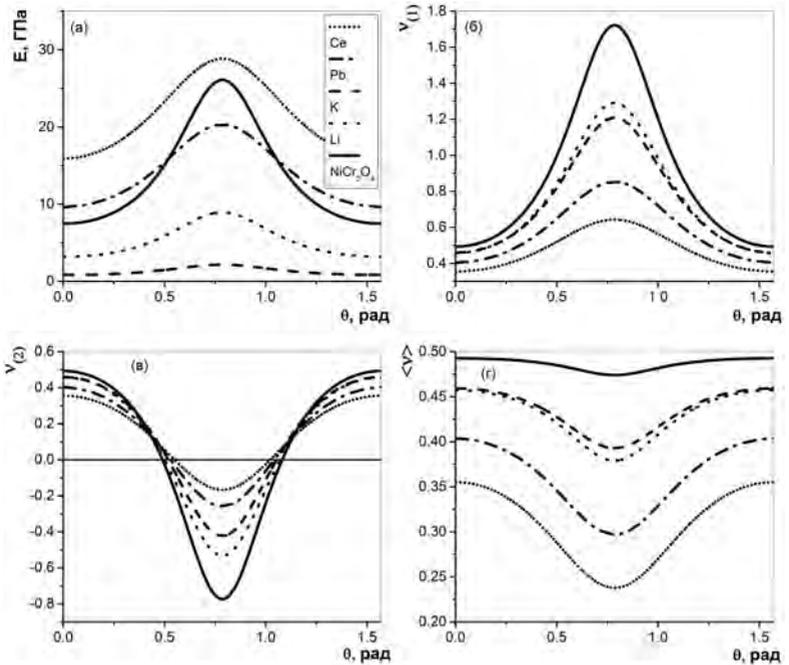


Рис. 2: Угловые зависимости модуля Юнга  $E$  (а), коэффициентов Пуассона  $\nu_{(1)}(\theta) = \nu(\theta, \varphi = 0, \psi = 0)$  (б) и  $\nu_{(2)} = \nu(\theta, \varphi = 0, \psi = \pi/2)$  (в), а также среднего по всем поперечным направлениям коэффициента Пуассона  $\langle \nu \rangle$  (г) для Ce, Pb, K, Li и шпинели NiCr<sub>2</sub>O<sub>4</sub>.

В *разделе 1.2* анализ упругих свойств стержней с кубической симметрией показал, что многие из кубических кристаллов в широких угловых диапазонах ориентации могут иметь большие положительные и су-

щественно отрицательные значения коэффициентов Пуассона (Рис.2). Для многих ауксетиков максимальные значения коэффициента Пуассона превосходят величину 0.5, которая является граничным значением для изотропных материалов. В итоге проведенного анализа экстремальных значений коэффициента Пуассона обнаружено также, что для кристаллов кубической системы может быть превзойдена и другая граница для изотропных сред, а именно  $-1$ : FePd (28at%Pd) ( $\nu_{\min} = -1.08$ ), InTl (25at%Tl) ( $\nu_{\min} = -1.17$ ), InTl (27at%Tl) ( $\nu_{\min} = -1.02$ ), InTl (27at%Tl, 200 K) ( $\nu_{\min} = -1.98$ ), InTl (28.13at%Tl) ( $\nu_{\min} = -1.08$ ). Среди кубических кристаллов обнаружено наибольшее число ауксетиков (более 300).

Все кристаллические ауксетики можно разделить на *полные ауксетики* (материалы, у которых коэффициент Пуассона принимает отрицательные значения при любой ориентации) и *частичные ауксетики* (материалы, у которых величина и знак коэффициента Пуассона зависят от ориентации). Полных ауксетиков выявлено всего четыре:  $\text{Sm}_{0.75}\text{La}_{0.25}\text{S}$ ,  $\text{Sm}_{0.65}\text{La}_{0.35}\text{S}$ ,  $\text{Sm}_{0.75}\text{Tm}_{0.25}\text{S}$  и  $\text{Sm}_{0.75}\text{Y}_{0.25}\text{S}$ . Все эти кубические полные ауксетики имеют положительный матричный коэффициент податливости  $s_{12}$ .

Оценена роль величины анизотропии кубических кристаллов в проявлении ауксетичности. Установлено, что поведение коэффициента Пуассона при растяжении кристаллических стержней с кубической анизотропией существенно зависит от знаков коэффициента анизотропии  $\Delta$  ( $\Delta \equiv s_{11} - s_{12} - 0.5s_{44}$ ) и коэффициента податливости  $s_{12}$ .

Согласно экспериментальным данным для кубических кристаллов коэффициент податливости  $s_{12}$  в большинстве случаев отрицателен. Среди кубических кристаллов с  $s_{12} < 0$ ,  $\Delta > 0$  наблюдается наибольшее количество ауксетиков. Существенные отрицательные значения коэффициента Пуассона были обнаружены для таких известных материалов как медь, кальций, калий, литий, натрий, железо, никель, золото, серебро, свинец, латунь и т.д. Угловые зависимости модуля Юнга, коэффициентов Пуассона и среднего по всем поперечным направлениям коэффициента Пуассона для некоторых кубических кристаллов представлены на Рис.2. При  $s_{12} < 0$ ,  $\Delta > 0$  коэффициент Пуассона  $\nu_{(2)} = -(s_{12} + \Delta/2)/(s_{11} - \Delta/2)$  становится отрицательным в кубических кристаллах с большой анизотропией

$$\Delta > 2|s_{12}|.$$

Для таких кубических ауксетиков обнаружена тенденция роста отри-

цательных значений коэффициента Пуассона  $\nu_{\min}$  с ростом отношения  $\Delta/|s_{12}|$  (за редкими исключениями).

В случае кубических кристаллов с отрицательными коэффициентами  $\Delta < 0$ ,  $s_{12} < 0$  отрицательность коэффициента Пуассона не обнаружена. Такая ситуация имеет место, например, для ниобия, ванадия, хрома, молибдена, их сплавов и целого ряда твердых растворов и бинарных соединений.

Для кубических кристаллов при  $s_{12} < 0$ ,  $\Delta > 0$  и  $\Delta < 0$ ,  $s_{12} < 0$  не обнаружена отрицательность значения среднего коэффициента Пуассона. В ситуации  $s_{12} > 0$ ,  $\Delta < 0$  имеем группу ауксетиков, для которых в большой области углов коэффициент Пуассона является отрицательным. Для целого ряда таких кристаллов (например,  $\text{Sm}_{0.75}\text{Y}_{0.25}\text{S}$ ,  $\text{TmSe}$ ) средние коэффициенты Пуассона оказываются отрицательными при любых ориентациях растягиваемого стержня. Наконец, все кристаллы с  $s_{12} > 0$ ,  $\Delta > 0$  будут ауксетиками. Удалось обнаружить лишь один такой кристалл – кристалл бария. Для него как средний коэффициент Пуассона, так и коэффициенты до осреднения отрицательны.

Рассмотрены также модуль Юнга и коэффициент Пуассона в случае растяжения в направлении  $[111]$ . Коэффициент Пуассона  $\nu_{111} = -(3s_{12} + \Delta)/(3s_{11} - 2\Delta)$  при  $s_{12} < 0$ ,  $\Delta > 0$  мог быть отрицательным в кубических кристаллах с большой анизотропией

$$\Delta > 3|s_{12}|.$$

Согласно экспериментальным данным для кубических кристаллов обнаружен один такой ауксетик –  $\text{Mn}_{85.3}\text{Ni}_{8.8}\text{C}_{5.9}$  ( $\Delta/|s_{12}| = 3.01$  и  $\nu_{111} = -0.01$ ).

В случае кубических кристаллов с  $\Delta < 0$ ,  $s_{12} < 0$  отрицательность коэффициента Пуассона  $\nu_{111}$  не наблюдается. В ситуации кубических кристаллов с  $s_{12} > 0$ ,  $\Delta < 0$  возможны ауксетики при  $|\Delta| < 3s_{12}$ . Обнаружено два таких кристалла с отрицательным коэффициентом Пуассона:  $-0.34$  для  $\text{Sm}_{0.75}\text{Y}_{0.25}\text{S}$  и  $-0.09$  для  $\text{Sm}_{0.7}\text{Y}_{0.3}\text{S}$ . Наконец, кристаллы с  $s_{12} > 0$ ,  $\Delta > 0$  оказываются ауксетиками. Но среди всех кубических кристаллов обнаружен лишь кристалл бария. Для него значение коэффициента Пуассона оказалось равным  $-0.37$ .

Основываясь на двух безразмерных параметрах  $\Pi$ ,  $\delta$

$$\Pi \equiv -\frac{2s_{12}}{\Delta}, \quad \delta \equiv \frac{\Delta}{s_{11}}, \quad \Delta \equiv s_{11} - s_{12} - 0.5s_{44},$$

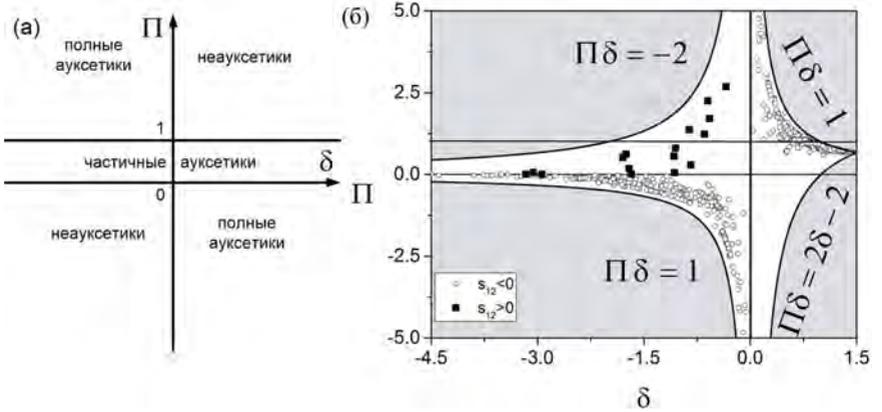


Рис. 3: Классификационная схема для кубических ауксетиков (а) и классификационная схема с границами устойчивости кубических кристаллов (б). Точками ( $s_{12} > 0$ ) и квадратами ( $s_{12} < 0$ ) отмечены значения  $\Pi$  и  $\delta$  для более 1100 кубических кристаллов.

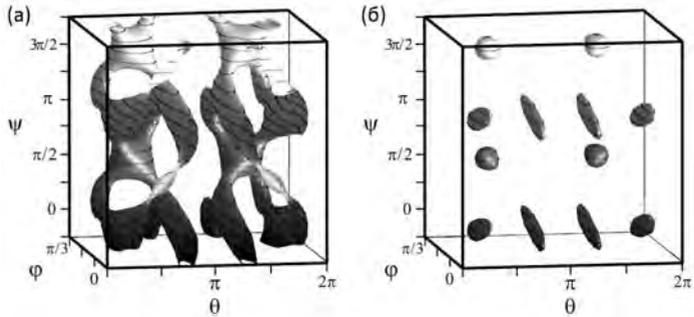


Рис. 4: Пример открытой и замкнутой ауксетических поверхностей при  $\Pi = 0.7$  (а),  $\Pi = 0.9$  (б), построенных в угловых ячейках  $\varphi \in [-\pi/6, \pi/3]$ ,  $\theta \in [0, 2\pi]$ ,  $\psi \in [-\pi/4, 7\pi/4]$ .

составленных из трех коэффициентов податливости кубических кристаллов, предложена классификационная схема для кубических кристаллов (Рис.3а). Требование положительной определенности упругой энергии накладывает ограничения на упругие коэффициенты податливости. Границы устойчивости нанесены на Рис.3б. Зоны кристаллической неустойчивости на этом рисунке затенены. Частичные ауксетики характеризуются величиной параметра  $\Pi$  из диапазона  $0 < \Pi < 1$ . С

изменением безразмерного параметра  $\Pi$  меняется вид объемных областей с различными знаками коэффициента Пуассона и границ раздела для частичных ауксетиков. Границы раздела именуются поверхностями ауксетичности и строятся при  $\nu(\varphi, \theta, \psi) = 0$  в зависимости от  $\Pi$ . Из анализа поверхностей ауксетичности можно установить, что эти поверхности, имеющие при малых значениях параметра  $\Pi$  вид пары “открытых” поверхностей, т.е. продолжающихся непрерывно через соседние периодические ячейки за пределами  $(0, T_\varphi)$ ,  $(0, T_\theta)$ ,  $(0, T_\psi)$ , переходят в совокупность “замкнутых” поверхностей в пределе  $\Pi \rightarrow 1$ . Замкнутость последних и открытость первых очевидна при выходе за пределы минимальной ячейки (Рис.4). Минимальные ячейки были построены с периодами  $T_\varphi = \pi/2$ ,  $T_\theta = 2\pi$ ,  $T_\psi = \pi$  для ориентационной функции, входящей в формулу для коэффициента Пуассона. Найдено, что такое топологическое изменение ауксетических поверхностей происходит при критическом значении безразмерного параметра  $\Pi_c \approx 0.745$ . Неравенствам  $\delta > 0$ ,  $\Pi < 0$  и  $\delta < 0$ ,  $\Pi > 1$  соответствуют полные ауксетики, а неауксетикам  $-\delta > 0$ ,  $\Pi > 1$  и  $\delta < 0$ ,  $\Pi < 0$ . На Рис.3б отмечены значения  $\Pi$  и  $\delta$  для более 1100 кубических кристаллов. Как видно из этого рисунка все кубические кристаллы с  $\Pi < 0$ ,  $\delta < 0$  являются неауксетиками. Кристаллы с  $s_{12} > 0$  будут частичными ауксетиками или полными ауксетиками. Наибольшее количество (более 300) частичных кубических ауксетиков имеют кристаллы с  $0 < \Pi < 1$ ,  $\delta > 0$ .

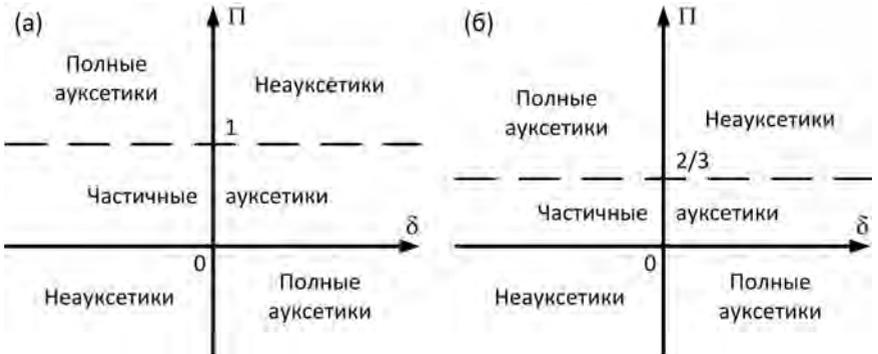


Рис. 5: Сравнение классификационных диаграмм для ауксетиков (а) и ауксетиков в среднем (б).

Простота линейной связи модуля Юнга со средним по всем поперечным направлениям коэффициентом Пуассона кубических кристал-

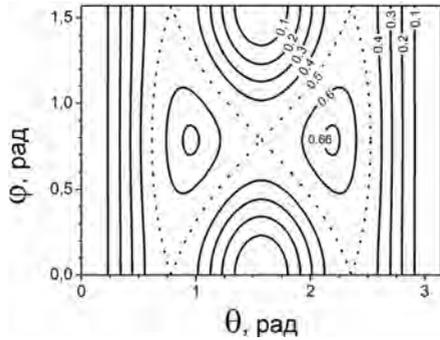


Рис. 6: Кривые ориентационной функции  $M(\varphi, \theta) = 2\Pi$ , соответствующие границам раздела нулевого среднего по всем поперечным направлениям коэффициента Пуассона  $\langle \nu \rangle = 0$  для частичных в среднем ауксетиков, при различных значениях безразмерного упругого параметра  $\Pi$ : 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.66.

лов обеспечила простоту его анализа. Вид областей поведения ауксетического в среднем кристалла, соответствующих угловым ориентациям с отрицательным средним коэффициентом Пуассона, оказался зависящим от двух безразмерных материальных параметров  $\Pi$ ,  $\delta$ . Частичные в среднем ауксетика характеризуются величиной одного параметра  $\Pi$  из диапазона  $0 < \Pi < 2/3$  (Рис.5б). С изменением его величины меняется вид угловых областей с различными знаками коэффициентов Пуассона и границ раздела между ними для частичных в среднем ауксетиков. Причем, существует критическое значение параметра  $\Pi_{cr} = 0.5$  (Рис.6), при котором происходит топологическое изменение структуры областей и границ. От знака другого параметра  $\delta$  зависит только то, с какой стороны от границ раздела находятся угловые области с отрицательным средним по всем поперечным направлениям коэффициентом Пуассона. Неауксетика в среднем характеризуются парными неравенствами обоих безразмерных параметров  $\delta > 0$ ,  $\Pi > 2/3$  и  $\delta < 0$ ,  $\Pi < 0$ . Неравенствам  $\delta > 0$ ,  $\Pi < 0$  и  $\delta < 0$ ,  $\Pi > 2/3$  соответствуют полные в среднем ауксетика. Отметим, что в то время как количество ауксетиков, обнаруженных на основе данных по упругим коэффициентам, велико (более трехсот), число найденных ауксетиков в среднем составило лишь 20 (из них 6 являются полными в среднем ауксетиками).

Рассмотрена задача определения экстремумов коэффициента Пуассона кубических кристаллов и получены аналитические выражения для

расчета величин экстремальных значений. Из полученного решения следует, что помимо экстремальных значений при стандартных ориентациях,  $\mathbf{x}, \mathbf{y} = \langle 001 \rangle$  или  $\langle 011 \rangle$ , где  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  соответственно направления нагружения и поперечной деформации, экстремальные значения коэффициента Пуассона могут также наблюдаться при специальных ориентациях. С использованием полученных аналитических зависимостей рассчитаны экстремальные значения коэффициента Пуассона для большого числа известных кубических кристаллов. Показано, что экстремально высокие значения коэффициента Пуассона свойственны метастабильным кристаллам, таким как кристаллы с эффектом памяти формы, обусловленным мартенситным превращением кристаллической решетки. Большинство этих кристаллов – сплавы металлов.

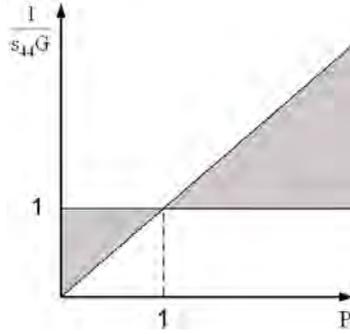


Рис. 7: Изменение диапазона обратных значений безразмерного модуля сдвига с изменением величины безразмерного упругого параметра  $P$ . Затемнена область возможных значений  $(s_{44}G)^{-1}$ .

Для кубических кристаллов дан анализ изменчивости модуля сдвига от углов ориентации кристаллических образцов на основе экспериментальных данных из справочника Ландолта-Бернштейна. В силу термодинамических ограничений коэффициентов податливости  $s_{11} - s_{12} > 0$ ,  $s_{44} > 0$  параметр  $P \equiv 2(s_{11} - s_{12})/s_{44}$  оказывается неотрицательным. С учетом ограничений на ориентационную функцию, входящую в выражение для модуля сдвига, можно получить следующие ограничения на безразмерный модуль сдвига  $s_{44}G$  (схематично они отражены на Рис. 7)

$$0 < P < 1 : \quad 0 < P < \frac{1}{s_{44}G} < 1,$$

$$1 < P : \quad 1 < \frac{1}{s_{44}G} < P.$$

В *разделе 1.3* проведен аналитический анализ изменчивости модуля Юнга, коэффициентов Пуассона и модуля сдвига для гексагональных кристаллов. Получены выражения трех стационарных значений для модуля Юнга. Два стационарных значения существует для всех гексагональных кристаллов и соответствуют значениям модуля Юнга при растяжении в направлениях  $[0001]$  и  $[2\bar{1}\bar{1}0]$  ( $E_{[0001]} = 1/s_{33}$  и  $E_{[2\bar{1}\bar{1}0]} = 1/s_{11}$ ). Третье стационарное значение имеет место, когда выполняется некоторое условие, накладываемое на комбинацию из коэффициентов податливости. Двадцать семь гексагональных кристаллов из ста сорока трех не имеют третьего экстремального значения. В результате численно-аналитического анализа предложена классификационная схема для экстремальных значений модуля Юнга в зависимости от двух безразмерных параметров  $\Pi_0 \equiv \delta/s_{11}$  и  $\Pi_1 \equiv (s_{33} - s_{11})/s_{11}$  ( $\delta \equiv s_{11} + s_{33} - 2s_{13} - s_{44}$ ) (Рис.8а).

Анализ изменчивости коэффициента Пуассона выявляет восемь стационарных значений. Три значения существуют для всех гексагональных кристаллов. Этими коэффициентами Пуассона оказываются  $\nu_1 = \nu_{(0001),[0001]} = -s_{13}/s_{33}$ ,  $\nu_2 = \nu_{[2\bar{1}\bar{1}0],[01\bar{1}0]} = -s_{13}/s_{11}$ ,  $\nu_3 = \nu_{[000\bar{1}],[01\bar{1}0]} = -s_{12}/s_{11}$ . Пять других стационарных значений имеют место при выполнении различных ограничений. Предложена классификационная схема для трех стационарных значений коэффициентов Пуассона в зависимости от двух безразмерных параметров  $\Pi_1$  и  $\Pi_2 \equiv (s_{12} - s_{13})/s_{13}$  (Рис.8б). Наименьшее число кристаллических ауксетиков обнаружено среди гексагональных кристаллов (семь: Be ( $\nu_{\min} = -0.005$ ), Be-Cu at 2.4% ( $\nu_{\min} = -0.04$ ), MnAs ( $\nu_{\min} = -0.04$ ), MoS<sub>2</sub> ( $\nu_{\min} = -0.28$ ), C<sub>7</sub>H<sub>12</sub> ( $\nu_{\min} = -0.15$ ), TiB<sub>2</sub> ( $\nu_{\min} = -0.03$ ) и Zn ( $\nu_{\min} = -0.07$ )).

Получены аналитические выражения экстремальных значений модуля сдвига для гексагональных кристаллов ( $G_1 = 1/s_{44}$ ,  $G_2 = 1/s_{66}$  и  $G_3 = 1/(s_{11} + s_{33} - 2s_{13})$ ). На основе экспериментальных данных из справочника Ландолта-Бернстайна дан численный анализ экстремумов. Наибольшее различие между максимальным и минимальным значениями модуля сдвига обнаружено у слоистого кристалла – графита ( $G_{\max}/G_{\min} = 110$ ). Большие изменения между максимумом и минимумом характерно для дисульфида молибдена ( $G_{\max}/G_{\min} = 7.85$ ). Предложена классификационная схема для экстремальных значений модуля сдвига в зависимости от двух безразмерных параметров  $\Pi_0 \equiv \delta/s_{44}$  и  $\Pi_3 \equiv (2s_{11} - 2s_{12} - s_{44})/s_{44}$  (Рис.8в).

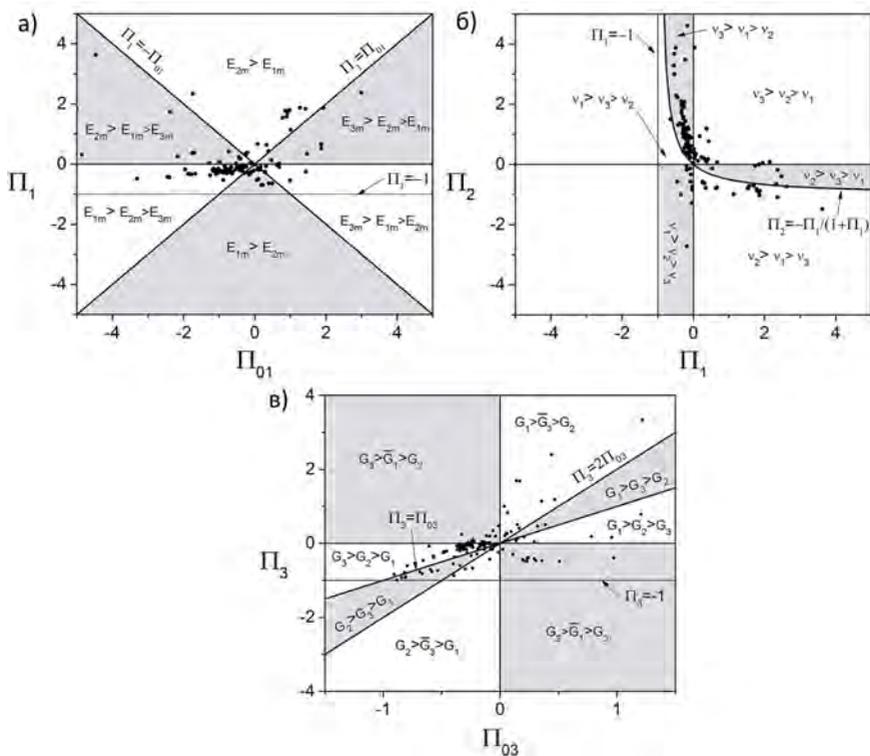


Рис. 8: Классификационные схемы экстремальных значений модуля Юнга гексагональных кристаллов на плоскости безразмерных параметров  $\Pi_{01}$  и  $\Pi_1$  (а), трех экстремальных значений коэффициента Пуассона гексагональных кристаллов на плоскости безразмерных параметров  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (б), экстремальных значений модуля сдвига гексагональных кристаллов в зависимости от безразмерных параметров  $\Pi_{03}$  и  $\Pi_3$  (в). Кружками отмечены значения безразмерных параметров  $\Pi_{01}$  и  $\Pi_1$  (а),  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (б),  $\Pi_{03}$  и  $\Pi_3$  (в) для 143 гексагональных кристаллов из справочника Landolt-Börnstein (1992).

Анализ влияния давления на коэффициент Пуассона гексагональных кристаллов показывает, что ауксетиками во всем диапазоне значений давлений, при которых кристалл остается устойчивым, являются кристаллы  $\text{MoS}_2$ ,  $\text{TiB}_2$  и  $\text{MnAs}$ . Ауксетиками  $\text{Be}$ , сплав  $\text{BeCu}$ ,  $\text{C}_7\text{H}_{12}$  и  $\text{Zn}$  имеют одну зону неауксетичности в некотором диапазоне изменения давления. При этом у кристалла цинка зона неауксетичности мала.

Глобальный минимум коэффициента Пуассона в этой области близок к нулю. Численно-аналитический анализ коэффициента Пуассона показал, что при давлении  $p = -c_{13}$  ( $c_{ij}$  – коэффициенты жесткости) многие гексагональные кристаллы становятся частичными ауксетиками или полными ауксетиками.

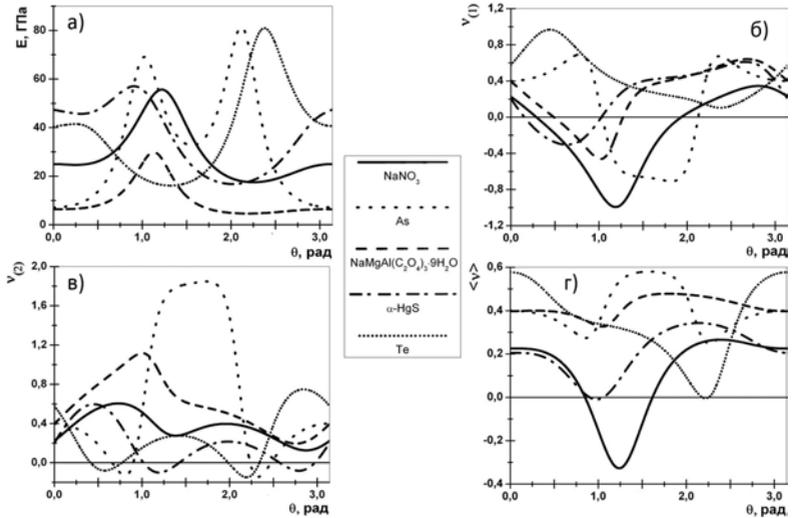


Рис. 9: Угловые зависимости модуля Юнга  $E$  (а), коэффициентов Пуассона  $\nu_{(1)}(\theta) = \nu(\theta, \varphi = 0, \psi = 0)$  (б) и  $\nu_{(2)} = \nu(\theta, \varphi = 0, \psi = \pi/2)$  (в), а также среднего по всем поперечным направлениям коэффициента Пуассона  $\langle \nu \rangle$  (г) для шестиконстантных ромбоэдрических кристаллов  $\text{NaNO}_3$ ,  $\text{As}$ ,  $\text{NaMgAl}(\text{C}_2\text{O}_4)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ ,  $\alpha\text{-HgS}$  и  $\text{Te}$ .

В *разделах 1.4-1.8* рассмотрено одноосное растяжение стержней с шестиконстантной и семиконстантной ромбоэдрической (*разделы 1.4 и 1.8*) и тетрагональной (*разделы 1.5 и 1.7*), орторомбической (*раздел 1.6*) анизотропией и проанализированы их упругие свойства. Среди этих кристаллов были выявлено более 100 кристаллических ауксетиков. Для многих кристаллических ауксетиков максимальные значения коэффициента Пуассона превосходят величину 0.5. Для тетрагонального кристалла  $\text{Hg}_2\text{Br}_2$  ( $\nu_{\min} = -1.02$ ) может быть превзойдена нижняя граница  $-1$  для изотропных материалов. На Рис.9 приведены угловые зависимости модуля Юнга, коэффициентов Пуассона и среднего коэффициента Пуассона для некоторых шестиконстантных ромбоэдри-

ческих кристаллов. Симметрия относительно  $\pi/2$  в случае шестиконстантных ромбоэдрических кристаллов из-за дополнительных членов с  $s_{14}$  нарушается.

В **разделе 1.6** также проанализированы упругие свойства гидрофталатов  $C_8H_5O_4X$  ( $X = K, Rb, Cs, NH_4$ ) – органических монокристаллов кислых солей *орто*-фталевой кислоты. Исследование изменчивости коэффициентов Пуассона для четырех гидрофталатов показало, что три из них – GPhRb, GPhCs, GPhNH<sub>4</sub> – оказались частичными ауксетиками. Анализ структуры гидрофталатов установил, что отрицательный коэффициент Пуассона возникает вследствие наличия в их структуре гофрированного слоя катионов. Этот слой не просто гофрированный, но и слегка “скрученный”. Поперечное расширение при продольном растяжении можно объяснить моделью “разворачивания конфеты”. Если края обертки не сильно закручены (рыхлые), то при растяжении фантика конфета разворачивается, края обертки расширяются. Если они сильно закручены, то при растяжении фантика обертка не разворачивается, а ее края растягиваются и сжимаются, как в случае положительного коэффициента Пуассона. Среди гидрофталатов изучаемого семейства в GPhK самые короткие связи катион-анион. Самые длинные – в GPhCs, в GPhRb и GPhNH<sub>4</sub>.

В **разделе 1.9** были проанализированы гексагональные ауксетикки. Получены необходимые и достаточные условия для гексагональных ауксетиков и ауксетиков в среднем при осреднении по поперечным направлениям. Анализ гексагональных ауксетиков показывает, что формула для среднего по всем поперечным направлениям коэффициента Пуассона получается как частное условие (при  $\psi = \pi/4$ ) из формулы для коэффициента Пуассона. Для триклинных кристаллов со средним коэффициентом Пуассона при осреднении по поперечным направлениям были получены необходимые и достаточные условия для полных ауксетиков, частичных ауксетиков и неауксетиков. Для некоторых частных ориентаций были записаны необходимые условия. Обнаружены девять кристаллов, у которых коэффициент Пуассона является отрицательным при осреднении по трем углам. Восемь из них являются кубическими кристаллами, а один – тетрагональный.

Во **второй главе** рассмотрены модели нано/микротрубок с использованием приближения цилиндрической анизотропии. Хотя структура нано/микротрубок родственна структуре кристаллов, неоднородность анизотропии трубок отражает цилиндрический характер сворачивания

кристаллических слоев в них. Механическое поведение таких цилиндрически скрученных пластинок в рамках механики сплошных сред описывалось с помощью модели криволинейно анизотропного стержня. В этой модели предполагается, что локально в цилиндрической системе координат справедлив закон Гука с теми же модулями упругости, что и в случае не искривленного кристалла. Из литературы известно, что сворачивание тонких кристаллических пластин в цилиндрические трубки оказалось эффективным методом производства нано- и микроотрубок из многих материалов.

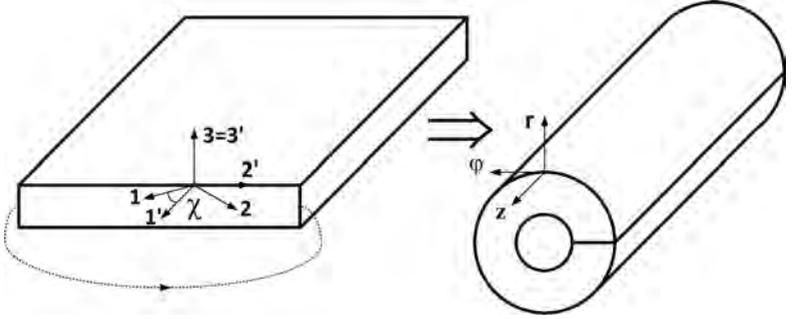


Рис. 10: Сворачивание кристаллической пластины вокруг оси  $1'$  в цилиндрическую нано/микроотрубку. Между исходным повернутым базисом прямоугольной пластины  $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3$  и локальным ортогональным базисом свернутой цилиндрически анизотропной трубки  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$  имеет место соответствие  $\mathbf{e}'_1 \rightarrow \mathbf{e}_z, \mathbf{e}'_2 \rightarrow -\mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}'_3 \rightarrow \mathbf{e}_r$ .

В *разделах 2.1-2.10* обсуждались в рамках подхода Сен-Венана решения задач кручения и растяжения нано/микроотрубок с цилиндрической анизотропией. В *разделе 2.1* получены выражение модуля Юнга  $E$  для нано/микроотрубок с гексагональной и шестиконстантных ромбоэдрической анизотропией, которое зависит от коэффициентов податливости  $s_{ij}$  и параметра толщины  $\rho = R_0/r_0$  (отношения внешнего радиуса трубки  $R_0$  к внутреннему  $r_0$ )

$$E = \frac{1}{s_{11}} + \frac{S_0}{s_{11}} \left\{ 2 \frac{(\rho^{k+1} - 1)^2}{(\rho^{2k} - 1)(\rho^2 - 1)} \left[ \frac{s_{13} + ks_{12}}{1 + k} - \frac{s_{13} - ks_{12}}{1 - k} \left( \rho \frac{\rho^{k-1} - 1}{\rho^{k+1} - 1} \right)^2 \right] - s_{12} - s_{13} \right\},$$

$$S_0 \equiv \frac{s_{13}^2 - s_{12}^2}{s_{11}^2 + s_{13}^2 - s_{12}^2 - s_{11}s_{33}}, \quad k \equiv \sqrt{\frac{s_{11}s_{33} - s_{13}^2}{s_{11}^2 - s_{12}^2}},$$

и выражения радиального и окружного коэффициентов Пуассона  $\nu_{rz}$ ,  $\nu_{\varphi z}$ , зависящие дополнительно еще от радиальной координаты  $r$

$$\begin{aligned} \nu_{rz} = & \frac{S_0}{s_{11}} \left[ -s_{11} \left( s_{13} + s_{33} + s_{13} \frac{s_{11} - s_{33}}{s_{13} - s_{12}} \right) + \right. \\ & + (s_{13}^2 + ks_{12}s_{13} - ks_{11}s_{13} - s_{11}s_{33}) \frac{1 - \rho^{k+1}}{\rho^{2k} - 1} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1} + \\ & \left. + (s_{13}^2 - ks_{12}s_{13} + ks_{11}s_{13} - s_{11}s_{33}) \frac{1 - \rho^{k-1}}{\rho^{2k} - 1} \left( \frac{r}{\rho r_0} \right)^{-k-1} \right], \\ \nu_{\varphi z} = & \frac{S_0}{s_{11}} \left[ -s_{11} \left( s_{11} + s_{13} + s_{12} \frac{s_{11} - s_{33}}{s_{13} - s_{12}} \right) + \right. \\ & + (s_{12}s_{13} + ks_{12}^2 - s_{11}s_{13} - ks_{11}^2) \frac{1 - \rho^{k+1}}{\rho^{2k} - 1} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{k-1} + \\ & \left. + (s_{12}s_{13} - ks_{12}^2 - s_{11}s_{13} + ks_{11}^2) \frac{1 - \rho^{k+1}}{\rho^{2k} - 1} \left( \frac{r}{\rho r_0} \right)^{-k-1} \right]. \end{aligned}$$

Задачи растяжения и кручения нано/микротрубок из кубических (**разделы 2.2 и 2.7**), семиконстантных ромбоэдрических (**раздел 2.5**), тетрагональных (**разделы 2.3 и 2.4**) и орторомбических (**раздел 2.6**) кристаллов рассматривались с учетом угла хиральности  $\chi$  (угла поворота кристаллографической системы координат относительно лабораторной системы координат, Рис.10). В **разделе 2.8** исследованы упругие свойства нано/микротрубок, полученных сворачиванием кристаллических плоскостей (100). В результате выполненного анализа упругого растяжения нано/микротрубок из различных кубических, гексагональных, ромбоэдрических, тетрагональных и орторомбических кристаллов найдено, что в подавляющем большинстве случаев они проявляют свойства частичных ауксетиков. Выявлено более 1000 нано/микротрубок с ауксетическим поведением. Найдено, что на отрицательность коэффициентов Пуассона сильное влияние оказывает толщина стенок нано/микротрубок и величина угла хиральности, т.е. ориентация кристаллической структуры относительно оси трубок. Радиальный коэффициент Пуассона  $\nu_{rz}$  на внутренней поверхности нано/микротрубок часто становится отрицательным при превышении критических тол-

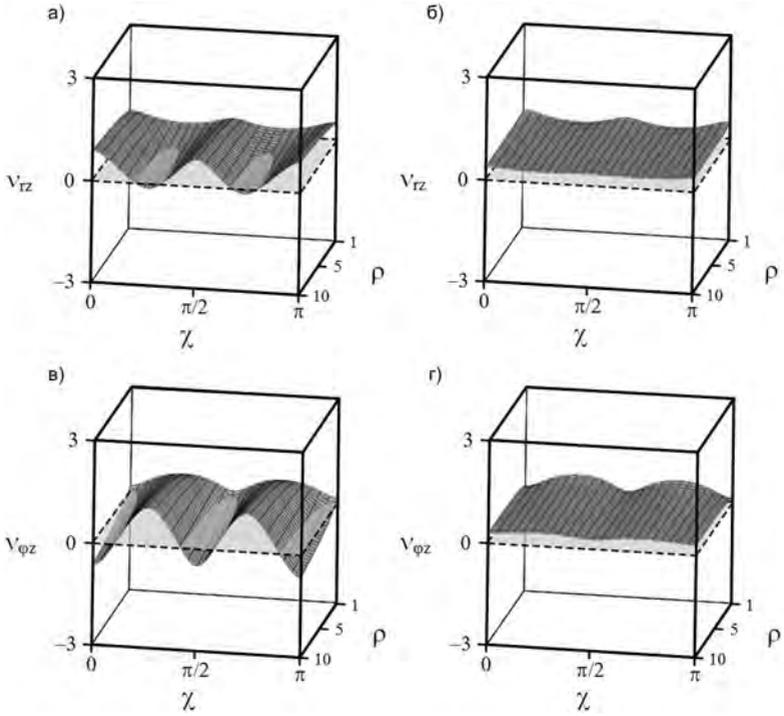


Рис. 11: Поверхности коэффициента Пуассона  $\nu_{rz}$  на внутренней (а) и внешней (б) поверхностях и  $\nu_{\varphi z}$  на внутренней (в) и внешней (г) поверхностях для нано/микротрубок из орторомбического кристалла  $\text{PbBr}_2$ .

щин трубок. В большем числе случаев отрицательным оказывается также угловой коэффициент Пуассона  $\nu_{\varphi z}$ . На внутренней поверхности трубок он часто отрицателен для ряда кристаллов при толщинах, превосходящих критические значения. Отметим, что при всем разнообразии изменений знака двух коэффициентов Пуассона  $\nu_{rz}$ ,  $\nu_{\varphi z}$  для нано/микротрубок они не бывают отрицательными одновременно. На Рис.11, например, изображены поверхности коэффициентов Пуассона для нано/микротрубок из орторомбического кристалла  $\text{PbBr}_2$  в зависимости от параметра толщины  $\rho$  и угла хиральности  $\chi$ . Как видно из рисунка, отрицательный коэффициент Пуассона обнаруживается на внутренней поверхности (Рис.11а,в).

В *разделе 2.9* исследовались упругие характеристики двухслойных трубок из кубических кристаллов. Структурная анизотропия двухслой-

ных трубок приводит к делению эффективных коэффициентов Пуассона на радиальные и угловые, а структурная радиальная неоднородность отражается на большом различии их поведения во внешнем и внутреннем слоях трубок. Приведенный теоретический анализ позволил выяснить, что в случае композита из кубических кристаллов ауксетик-неауксетик заполнение ауксетиком внешнего слоя оказывается предпочтительным для отрицательности эффективных коэффициентов Пуассона. Быстрый рост отрицательного влияния происходит при увеличении относительной толщины внешнего слоя. В итоге отрицательность эффективных коэффициентов Пуассона может сильно превосходить отрицательность коэффициентов Пуассона исходных ауксетиков и известную теоретическую границу для изотропных материалов. В частности, это указывает на невозможность применения “правила смесей” для теоретического анализа.

Большое влияние на отрицательность эффективного коэффициента Пуассона оказывает величина модуля Юнга неауксетиков, заполняющих внутренний слой трубки. Наибольшее влияние установлено для кубического кристалла вольфрама, имеющего большой модуль Юнга. Эффективные модули Юнга двухслойных трубок с равными объемами внешнего и внутреннего слоев при ауксетике во внешних слоях и наборе неауксетиков во внутренних слоях были оценены численно. Сравнение с предсказаниями “правила смесей” показало большие отклонения от последних, быстро растущие с увеличением модулей Юнга неауксетиков.

Отрицательные эффективные коэффициенты Пуассона для двухслойных трубок возможны и в случае композитов типа неауксетик-неауксетик. Примеры рассмотренных композитов  $\text{Ca-Eu}_{0.2}\text{Ba}_{0.8}\text{S}$ ,  $\text{Ca-W}$ ,  $\text{Ca-Mo}$ ,  $\text{Li-Cr}$  (Рис.12) подтверждают это. В частности, было показано, что один из эффективных коэффициентов Пуассона для двухслойной трубки с большим отношением толщин внешнего слоя к внутреннему слою характеризуется отрицательным коэффициентом, существенно выходящим за теоретическую границу коэффициента Пуассона изотропных материалов. Выполненный анализ композитов в виде слоистых трубок демонстрирует возможности расширения типов прикладных материалов с аномальными упругими свойствами, в частности, материалов с ауксетическими свойствами.

В *разделе 2.10* проанализирован линейный прямой и обратный эффект Пойнтинга для хиральных нано/микротрубок. Кручение хи-

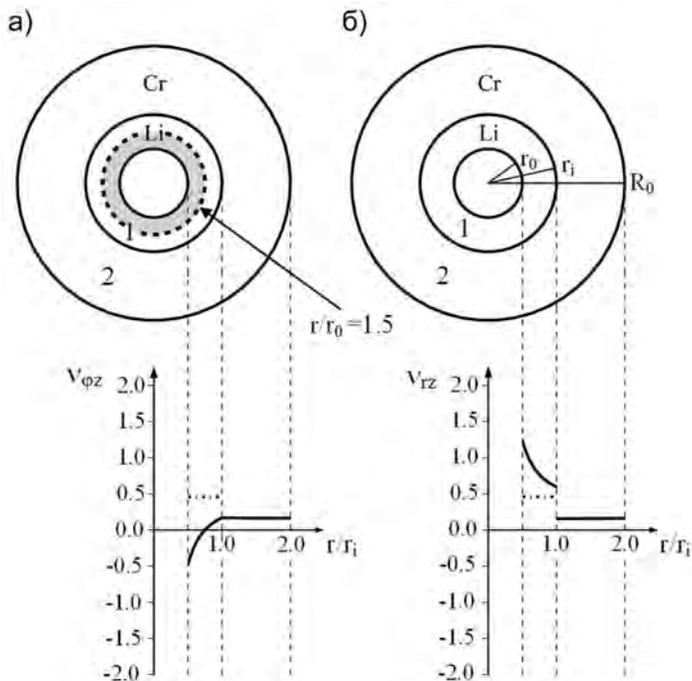


Рис. 12: Распределения эффективных коэффициентов Пуассона  $\nu_{\phi z}(r)$  и  $\nu_{rz}(r)$  в двухслойном трубчатом композите-ауксетике Li-Cr, образованном парой неауксетиков при отношении толщин слоев  $\rho = h_2/h_1 = 2$ . Область с отрицательным коэффициентом Пуассона затенена.

ральных нано/микротрубок даже в отсутствие растягивающих усилий сопровождается изменением их длины (прямой эффект Пойнтинга). В отличие от классического нелинейного эффекта Пойнтинга для нелинейных изотропных упругих материалов обнаруженный эффект для анизотропных трубок имеет линейный характер. Знак эффекта (удлинение или укорочение трубок) меняется при этом с изменением величины и знака угла хиральности для нано/микротрубок из кубических, 6-ти константных тетрагональных и орторомбических кристаллов. Особыми являются хиральные нано/микротрубки из 7-ми константных тетрагональных кристаллов, у которых эффект Пойнтинга не исчезает при нулевом угле хиральности. В противоположной ситуации продольного растяжения имеет место закручивание нано/микротрубок из орторомбических кристаллов, т.е. обратный эффект Пойнтинга. Причем, в за-

висимости от величины и знака угла хиральности закручивание может менять направление.

Наряду с линейным эффектом Пойнтинга кристаллические нано/микротрубки часто обнаруживают отрицательные коэффициенты Пуассона. Сочетание двух эффектов может давать важное для приложений разнообразие режимов деформирования трубок. При положительном (отрицательном) эффекте Пойнтинга, когда кручение вызывает удлинение (укорочение) нано/микротрубок, в отсутствие ауксетичности будет происходить поперечное сжатие (расширение), и наоборот в случае ауксетичности.

В **третьей главе** рассмотрено упругое продольное растяжение тонкой двухслойной пластины из изотропных материалов, из кубических и гексагональных кристаллов и трехслойной пластины из кубических кристаллов с положительными и отрицательными коэффициентами Пуассона в отсутствие сил на поверхностях пластины ( $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0$ ) и продольного ее кручения. Проанализированы особенности как эффективного модуля Юнга, так и коэффициентов Пуассона таких слоистых пластин. Также проведен сравнительный анализ при растяжении и изгибе эффективного коэффициента Пуассона трехслойной пластины из кубических кристаллов с положительными и отрицательными коэффициентами Пуассона.

В **разделе 3.1** показано для гексагональных кристаллов, что зависимость упругих свойств двухслойных кристаллических композитов от упругих свойств исходных кристаллов может иметь как простой, так и сложный характер. Формула для эффективного модуля Юнга двухслойной пластины из гексагональных кристаллов в общем случае записывается в виде

$$E_{\text{eff}} = \alpha \langle E \rangle, \\ \alpha \equiv 1 + \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{(\nu_{xy}^1 - \nu_{xy}^2)^2}{\lambda[1 - (\nu_{xy}^2)^2] + [1 - (\nu_{xy}^1)^2]}, \quad \lambda \equiv \frac{h_1 E^1}{h_2 E^2},$$

где  $E^k = 1/s_{11}^k$  и  $\nu_{xy}^k = -s_{12}^k/s_{11}^k$ ,  $\nu_{xz}^k = -s_{13}^k/s_{11}^k$  – модули Юнга и коэффициенты Пуассона  $k$ -го слоя ( $k = 1, 2$ ). В известном “правиле смесей” с объемным осреднением Фойгта для продольной двухслойной прямоугольной пластины имеем

$$\langle E \rangle = \frac{E^1 h_1 + E^2 h_2}{h_1 + h_2}.$$

Эффективный продольный коэффициент Пуассона  $\nu_{xy}^{\text{eff}}$  и эффективные поперечные коэффициенты Пуассона  $\nu_{xz}^{1\text{ eff}}$ ,  $\nu_{xz}^{2\text{ eff}}$  можно записать в виде

$$\begin{aligned}\nu_{xy}^{\text{eff}} &= \frac{\nu_{xy}^1 \lambda [1 - (\nu_{xy}^2)^2] + \nu_{xy}^2 [1 - (\nu_{xy}^1)^2]}{\lambda [1 - (\nu_{xy}^2)^2] + 1 - (\nu_{xy}^1)^2}, \\ \nu_{xz}^{1\text{ eff}} &= \nu_{xz}^1 (1 - \nu_{xy}^2) \frac{\lambda (1 + \nu_{xy}^2) + 1 + \nu_{xy}^1}{\lambda [1 - (\nu_{xy}^1)^2] + 1 - (\nu_{xy}^2)^2}, \\ \nu_{xz}^{2\text{ eff}} &= \nu_{xz}^2 (1 - \nu_{xy}^1) \frac{\lambda (1 + \nu_{xy}^2) + 1 + \nu_{xy}^1}{\lambda [1 - (\nu_{xy}^1)^2] + 1 - (\nu_{xy}^2)^2}.\end{aligned}$$

В случае двухслойных пластин эффективный продольный модуль Юнга всегда превосходит результат, вычисленный по правилу смеси Фойгта. Различие может увеличиваться с ростом разности положительных коэффициентов Пуассона исходных пар неауксетиков и для комбинаций ауксетик-неауксетик. Однако, при небольших различиях пар исходных кристаллов по модулям Юнга и коэффициентам Пуассона точность правила смеси для модуля Юнга становится удовлетворительной.

Эффективный продольный коэффициент Пуассона  $\nu_{xy}^{\text{eff}}$  в предельном случае одинаковых толщин слоев и равных модулей Юнга исходных пар кристаллов также превосходит предсказание по правилу смеси. Различие может стать существенным лишь в случае двухслойных пластин типа ауксетик-неауксетик. При одинаковых толщинах слоев и различных модулях Юнга неауксетических кристаллов в двух слоях отношение эффективного коэффициента Пуассона к значению, предсказываемому по правилу смеси, перестает быть обязательно большим единицы. Отличие от единицы остается во многих случаях малым и точность правила смесей удовлетворительной. Например, для двухслойных пластин из магния в одном слое и любого из ста семидесяти неауксетических гексагональных кристаллов, в другом слое, отношение эффективного продольного коэффициента Пуассона к коэффициенту, предсказываемому по правилу смеси, отличается от единицы менее, чем на десять процентов, в более ста тридцати случаях. Близкие результаты получены и для других неауксетиков в первом слое.

Ситуация изменяется коренным образом в случае двухслойной пластины с равными толщинами слоев, один из которых заполняет ауксетик, а другой слой заполняется любым гексагональным неауксетиком. Отношение эффективного продольного коэффициента Пуассона к значению, предсказываемому правилом смеси, отличается от единицы для

всех таких пластин более чем на десять процентов. Большинство таких двухслойных пластин (около сто сорока) имеет отрицательный эффективный продольный коэффициент Пуассона. Эффективный модуль Юнга десятка пластин превосходит модули Юнга исходных кристаллов в обоих слоях, что невозможно при выполнении правила смеси.

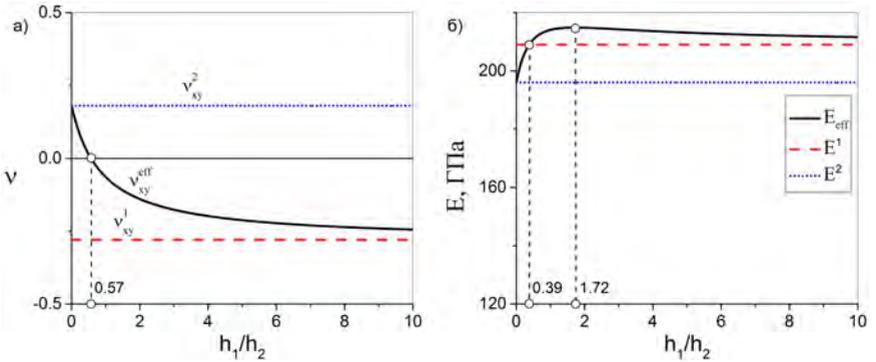


Рис. 13: Зависимости эффективного продольного коэффициента Пуассона  $\nu_{xy}^{eff}$  (а) и эффективного модуля Юнга  $E_{eff}$  (б) от отношения толщин слоев двухслойной пластины типа ауксетик-неауксетик  $\text{MoS}_2\text{-GaN}$  с начальными упругими характеристиками кристаллов  $\nu_{xy}^1$ ,  $E^1$ ,  $\nu_{xy}^2$ ,  $E^2$ .

В случае двухслойных пластин с неравными толщинами слоев изменение толщины слоя с ауксетиком позволяет управлять величиной отрицательного эффективного продольного коэффициента Пуассона слоистого композита (Рис.13а). Эффективный модуль Юнга для двухслойной пластины типа ауксетик-неауксетик  $\text{MoS}_2\text{-GaN}$  превосходит модули Юнга исходных кристаллов в обоих слоях (Рис.13б). Примеры двухслойных пластин при различных толщинах слоев пар неауксетиков с относительно небольшими различиями модулей Юнга и продольных коэффициентов Пуассона демонстрируют довольно точное выполнение правила смесей. Хорошая точность может достигаться и в случаях, когда только продольные коэффициенты Пуассона или модули Юнга исходных кристаллов имеют небольшие различия. Аналитические результаты легко подтверждают отсутствие зависимости от модуля Юнга и отношения толщин слоев в пределе одинаковых коэффициентов Пуассона исходных пар кристаллов. В случае больших различий коэффициентов Пуассона эффективный продольный коэффициент Пуассона может сильно отличаться от предсказания правила смесей.

Таким образом, наибольшие отклонения обоих эффективных упругих характеристик двухслойных пластин из гексагональных кристаллов, модуля Юнга и продольного коэффициента Пуассона, имеет место при сочетании ауксетиков и неауксетиков. При этом выбор толщин слоев позволяет получать двухслойные пластины с различными отрицательными эффективными продольными коэффициентами Пуассона. Что касается эффективных поперечных коэффициентов Пуассона  $\nu_{xz}^{1\text{ eff}}$ ,  $\nu_{xz}^{2\text{ eff}}$ , то они всегда положительны.

В *разделе 3.2* показано, что эффективные упругие характеристики растягиваемой двухслойной пластины из изотропных материалов и кубических кристаллов, максимально симметричных в направлении растяжения, также не следуют правилам смесей. Установлено, что эффективный модуль Юнга пластины из ауксетика и неауксетика может существенно превосходить оба модуля Юнга исходных материалов в слоях произвольной толщины. Объединение ауксетиков и неауксетиков в двухслойных пластинах также сильно влияет на их эффективные коэффициенты Пуассона. В частности, эффективный продольный коэффициент Пуассона оказывается отрицательным в обоих слоях пластины при исходном заполнении ауксетиком только одного слоя с достаточно большим произведением отношения толщин слоев и отношения модулей Юнга. В обратной ситуации малого последнего произведения эффективный продольный коэффициент Пуассона оказывается положительным во всей пластине.

В *разделе 3.3* дано описание особенностей таких характеристик двухслойных пластин из различно ориентированных кубических кристаллов, как эффективные модули Юнга и эффективные коэффициенты Пуассона. Сильное различие зависимостей обоих типов эффективных коэффициентов двухслойных пластин от угла относительной ориентации и отношения толщин слоев установлено в случае заполнения обоих слоев одинаковыми кристаллами с положительными или отрицательными коэффициентами анизотропии  $\delta \equiv (s_{11} - s_{12} - 0.5s_{44})/s_{11}$ .

В частности, более полусотни кубических кристаллов с положительными коэффициентами анизотропии образовывали двухслойные пластины с эффективным модулем Юнга, который при некоторых значениях угла ориентации и толщин слоев превосходит модули Юнга различно ориентированных слоев, заполненных одинаковыми кристаллами. Тем самым, эффективный модуль Юнга продольно растягиваемой двухслойной пластины превышает объемное среднее, так что прямое

правило смесей (по Фойгту) не выполняется. Еще большее количество двухслойных пластин с такими особенностями упругого поведения обнаружено, когда слои заполнялись различными неауксетиками и ауксетиками с положительными, отрицательными и очень малыми коэффициентами анизотропии.

В *разделе 3.4* проведено исследование эффективных свойств трехслойных пластин, состоящих из кубических кристаллов, при растяжении и изгибе. Задача изгиба пластин рассматривалась с помощью классической теории слоистых структур (Classical lamination theory). Эффективные модули Юнга пластинок оказались во многих случаях больше, чем модули Юнга всех слоев, за исключением композитов с очень жесткими кристаллами. Эффективные продольные коэффициенты Пуассона при растяжении трехслойных пластин часто увеличивались с увеличением жесткости неауксетиков, изменяя отрицательный знак на положительный. Во многих случаях трехслойные пластины типа неауксетик-ауксетик-неауксетик характеризуются положительными эффективными поперечными коэффициентами Пуассона, тогда как оба эффективных (продольный и поперечный) коэффициента Пуассона могут быть отрицательными в трехслойных пластинах типа ауксетик-неауксетик-ауксетик.

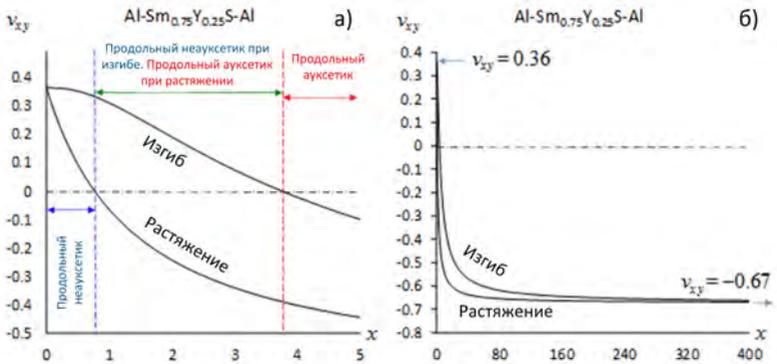


Рис. 14: Зависимости от типа нагружения продольного коэффициента Пуассона  $\nu_{xy}$  в симметричной пластине неауксетик-ауксетик-неауксетик  $\text{Al-Sm}_{0.75}\text{Y}_{0.25}\text{S-Al}$ , показывающие область полной продольной ауксетичности, область полной продольной неауксетичности и область частичной ауксетичности.

В случае изгиба симметричных пластин внешние слои оказывают

более сильное влияние на эффективный продольный коэффициент Пуассона при изгибе, чем при растяжении, что приводит к трем видам поведения (см. Рис.14): (а) полной продольной ауксетичности (эффективные продольные коэффициенты Пуассона при растяжении и изгибе принимают отрицательные значения), (б) полной продольной неауксетичности (эффективные продольные коэффициенты Пуассона при растяжении и изгибе принимают положительные значения) и (в) сочетание продольной ауксетичности и неауксетичности в зависимости от типа нагрузки (эффективные продольные коэффициенты Пуассона принимают значения с разными знаками).

В **четвертой главе** проведен сравнительный анализ поверхностных волн Релея и Лява для изотропных материалов с положительным и отрицательным коэффициентом Пуассона.

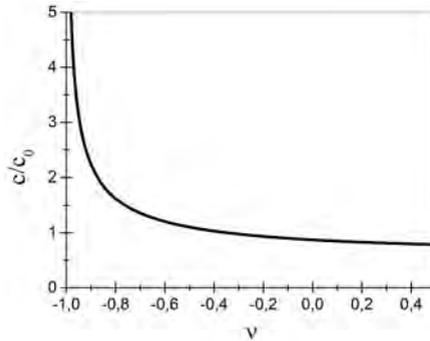


Рис. 15: Зависимость безразмерной скорости волны Релея  $c/c_0$  ( $c_0 \equiv \sqrt{E/(2\rho)}$ ) от коэффициента Пуассона полупространства  $\nu$ .

В **разделе 4.1** показано, что скорость волн Релея растет с уменьшением коэффициента Пуассона, и особенно быстро при отрицательных коэффициентах меньших  $-0.75$  (Рис.15). Продемонстрировано, что при положительных коэффициентах Пуассона вертикальная компонента смещений волн Релея затухает с глубиной после некоторого начального возрастания, а при отрицательных коэффициентах Пуассона имеет место монотонное убывание. Для волн Релея характерны эллиптические траектории движения частиц со сменой направления вращения при критических глубинах и линейная вертикальная поляризация на этих глубинах. Установлена меньшая вытянутость эллиптических орбит и большие критические глубины при отрицательных коэффици-

ентах Пуассона. Показано, что изменение распределений напряжений в волнах Релея с безразмерной глубиной происходит немонотонным образом с изменением коэффициента Пуассона при положительных и отрицательных его значениях. Лишь при стремлении коэффициента Пуассона к  $-1$  напряжения сильно возрастают.

В *разделе 4.2* найдено, что для первой моды волн Лява в случае несжимаемого тонкого покрывающего слоя скорость волн сильно увеличивается при отрицательных коэффициентах Пуассона материала в полупространстве. При большой толщине несжимаемого слоя волна очень слабо проникает в полупространство при любом его коэффициенте Пуассона. При отрицательных коэффициентах Пуассона для слоя и полупространства волна Лява в основном локализуется в покрывающем слое при любой его толщине, и слабо проникает в полупространство. Для первой моды волн Лява обнаружен сильный рост максимума одного из сдвиговых напряжений на границе раздела между покрывающим слоем и материалом полупространства с убыванием коэффициентов Пуассона обоих. Для другого сдвигового напряжения имеет место скачок напряжения на границе раздела и менее простая зависимость напряжения от коэффициентов Пуассона с двух сторон от границы раздела.

В *пятой главе* проанализированы упругие характеристики (модуль Юнга, коэффициент Пуассона и модуль сдвига) для трех фуллеритов, созданных на основе фуллеренов  $C_{60}$  и  $C_{48}$ , и углеродных алмазоподобных фаз (УАФ). Для этого были использованы формулы для упругих характеристик, приведенные в Главе 1, и коэффициенты податливости, полученные методом молекулярной динамики.

В *разделе 5.1* Показано, что две из исследованных структур (фуллерит из  $C_{48}$  и фуллерит из  $C_{60}$  с ГЦК укладкой) являются ауксетиками:  $\nu_{\min} = -0.28$  для фуллерита из  $C_{48}$  и  $\nu_{\min} = -0.26$  для фуллерита из  $C_{60}$  с ГЦК укладкой. Представленные результаты качественно схожи с ранее известными из литературы модулями жесткости фуллерита  $C_{60}$ , определенными экспериментально.

В *разделе 5.2* равновесные алмазоподобные фазы  $CA1$ ,  $CA2$ ,  $CA3$ ,  $CA4$ ,  $CA5$ ,  $CA6$ ,  $CA7$ ,  $CA8$ ,  $CA9$  и  $CB$ , полученные сшивкой фуллереноподобных молекул (Рис.16), были исследованы методом молекулярной динамики. Среди названных алмазоподобных фаз восемь ( $CA1$ ,  $CA3$ ,  $CA4$ ,  $CA6$ ,  $CA7$ ,  $CA8$ ,  $CA9$  и  $CB$ ) являются кубическими. Структура  $CA2$  имеет гексагональную анизотропию, а структура  $CA5$  тетра-

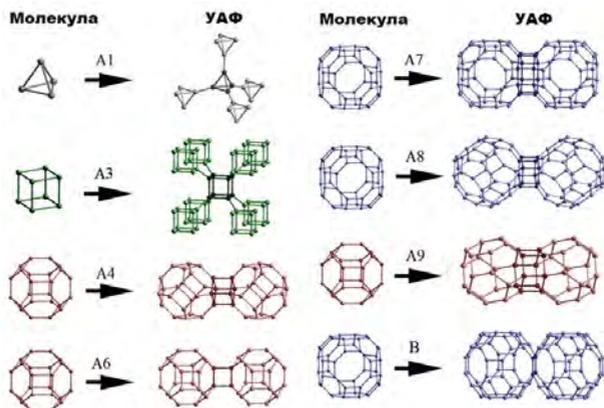


Рис. 16: Равновесные алмазоподобные фазы  $CA1$ ,  $CA2$ ,  $CA3$ ,  $CA4$ ,  $CA5$ ,  $CA6$ ,  $CA7$ ,  $CA8$ ,  $CA9$  и  $CB$ .

гональную. Равновесная фаза  $CA5$  оказалась неустойчивой, фаза  $CA1$  также малоустойчива, в то время как все прочие фазы устойчивы по отношению к малой упругой деформации. Результаты расчета напряжений и упругих констант позволили проанализировать упругие характеристики (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, модуль сдвига и объемный модуль) алмазоподобных фаз на основе кластеров фуллереноподобных молекул. Обнаружено, что три из десяти рассмотренных алмазоподобных фаз, а именно  $CA2$ ,  $CA3$  и  $CA7$ , являются ауксетиками:  $\nu_{\min} = -0.04$  для  $CA2$ ,  $\nu_{\min} = -0.07$  для  $CA3$ ,  $\nu_{\min} = -0.40$  для  $CA7$ . Поскольку коэффициент Пуассона у них оказывается отрицательным только в определенных направлениях, то данные структуры являются частичными ауксетиками.

Фуллериты и УАФ представляют собой новые перспективные материалы с уникальными механическими свойствами. Поиск среди них материалов-ауксетиков является важной практической задачей.

**Приложение** содержит дополнительный материал к диссертации. В **приложении 1** представлены табличные данные, содержащие экстремальные значения коэффициентов Пуассона кристаллов различных кристаллических систем, коэффициенты Пуассона тонких нано/микротрубок из кристаллов различных кристаллических систем. Эти данные получены в результате численного анализа экспериментальных упругих постоянных кристаллов и нано/микротрубок из них. **Приложе-**

*ние 2* содержит полученные экспериментальные данные упругого поведения ауксетической ячеистой решетки, изготовленной из неауксетического материала – аморфного полиэтилентерефталата (ПЭТ-а). Для этой ячеистой конструкции был разработан дизайн на основе вогнутого шестиугольника. Показано, что коэффициент Пуассона может достигать значения, равного  $-0.58$ .

В **заключении** подытожены результаты работы.

## Основные результаты и выводы

1. Выявлено свыше **450** кристаллических ауксетиков среди **2000** кристаллов, экспериментальные данные о которых собраны в энциклопедическом справочнике Ландолт-Бернштейна (том 29а). Установлены классификационные схемы для ауксетиков из кубических и гексагональных кристаллов и условия для поиска кристаллических ауксетиков и ауксетиков в среднем.
2. Развита аналитическая модель цилиндрически анизотропных нано/микротрубок из кристаллов различных кристаллических систем для описания деформаций растяжения и кручения. Показано, что более **1000** нано/микротрубок проявляют ауксетические свойства.
3. Впервые установлен линейный прямой и обратный эффект Пойнтинга для хиральных нано/микротрубок.
4. Решены задачи растяжения слоистых пластин и слоистых нано/микротрубок, композитов из ауксетиков и неауксетиков. Показано, что для таких композитов нарушается правило смесей, а эффективный модуль Юнга и коэффициент Пуассона могут даже превосходить модули Юнга и коэффициенты Пуассона исходных кристаллов.
5. Проведен сравнительный анализ поверхностных волн Релея и Лява для изотропных материалов с положительным и отрицательным коэффициентом Пуассона.
6. Выявлены ауксетики среди новых фуллеритов и углеродных алмазоподобных материалов.

## Работы автора по теме диссертации

**Публикации в журналах, индексируемых в Web of Science и/или Scopus:**

1. Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Об изменчивости упругих свойств многослойных углеродных нанотрубок // Письма в ЖТФ, 2005, Т.31, В.1, С.35-41.
2. Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Упругие свойства графитовых стержней и многослойных углеродных нанотрубок (растяжение и кручение) // Известия РАН. МТТ, 2005, N 4, С.42-56.
3. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Мезомеханика многослойных углеродных нанотрубок и наносуов // Физическая мезомеханика, 2008, Т.11, N 6, С.25-42.
4. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Об отрицательности коэффициента Пуассона для анизотропных материалов // ДАН, 2009, Т.429, N 5, С.614-616.
5. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. К описанию многослойных нанотрубок в рамках моделей цилиндрически анизотропной упругости // Физическая мезомеханика, 2009, Т.13, N 5, С.5-14.
6. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Ауксетическая механика кристаллических материалов // Известия РАН. МТТ, 2010, N 4, С.43-62.
7. Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Коэффициент Пуассона для анизотропных наносуов // Изв.ВУЗов. Физика, 2010, Т.53, N 3/2, С.61-66.
8. Лисовенко Д.С. Аномальные величины коэффициента Пуассона анизотропных кристаллов // Деформация и разрушение материалов, 2011, В.7, С.1-10.
9. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Кубические ауксетики // ДАН, 2011, Т.439, N 2, С.184-187.
10. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Изменчивость упругих свойств гексагональных ауксетиков // ДАН, 2011, Т.441, N 4, С.468-471.

11. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Модуль сдвига кубических кристаллов // Письма о материалах, 2012, Т.2, В.1, С.21-24.
12. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Связь среднего коэффициента Пуассона с модулем Юнга для кубических кристаллов. Ауксетики в среднем // ДАН, 2012, Т.443, N 6, С. 677-681.
13. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Средний коэффициент Пуассона для кристаллов. Гексагональные ауксетики // Письма о материалах, 2013 г. Т.3, В.1, С.7-11.
14. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Модули Юнга и коэффициенты Пуассона криволинейно анизотропных гексагональных и ромбоэдрических нанотрубок. Нанотрубки-ауксетики // ДАН, 2013, Т.452, N 3, С. 279-283.
15. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С., Волков М.А. Отрицательный коэффициент Пуассона для кубических кристаллов и нано/микротрубок // Физическая мезомеханика, 2013, Т.16, N 6, С.13-31.
16. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Classification of cubic auxetics // Physica Status Solidi B, 2013, V.250, N 10, P.2038-2043.
17. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Поверхностные волны Релея и Лява при отрицательном коэффициенте Пуассона изотропных сред // Известия РАН. МГТ, 2014, N 4, С.74-89.
18. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона для 7-ми константных тетрагональных кристаллов и нано/микротрубок из них // Физическая мезомеханика, 2014, Т.17, N 5, С.5-14.
19. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S., Volkov M.A. Negative Poisson's ratio for 6-constant tetragonal nano/microtubes // Physica Status Solidi B, 2015, V.252, N 7, P.1580-1586.
20. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Линейный эффект Пойнтинга при кручении и растяжении криволинейно-анизотропных трубок // ДАН, 2015, Т.464, N 1, С. 35-38.

21. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Кручение цилиндрически анизотропных нано/микротрубок из 7-константных тетрагональных кристаллов. Эффект Пойнтинга // Физическая мезомеханика, 2015, Т.18, N 6, С.5-11.
22. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С., Волков М.А. Ауксетики среди 6-ти константных тетрагональных кристаллов // Письма о материалах, 2015, Т.5, В.4, С.409-413.
23. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Эффект Пойнтинга для цилиндрически-анизотропных нано/микротрубок // Физическая мезомеханика, 2016, Т.19, N 1, С.5-14.
24. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С., Волков М.А. Механические характеристики 7-ми константных ромбоэдрических кристаллов и нано/микротрубок из них // Письма о материалах, 2016, Т.6, В.2, С.93-97.
25. Епишин А.И., Лисовенко Д.С. Экстремальные значения коэффициента Пуассона кубических кристаллов // ЖТФ, 2016, Т.86, N 10, С.74-82.
26. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С., Волков М.А. Двухслойные трубки из кубических кристаллов // ДАН, 2016, Т.471, N 4, С. 414-420.
27. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Кручение цилиндрически - анизотропных нано/микротрубок из кубических материалов, полученных сворачиванием кристаллографических плоскостей (011) // Письма о материалах, 2016, Т.6, В.4, С.249-252.
28. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S., Volkov M.A. Auxeticity in nano/microtubes produced from orthorhombic crystals // Smart Materials and Structures, 2016, V.25, N 5, P.054006.
29. Lisovenko D.S., Baimova J.A., Rysaeva L.Kh., Gorodtsov V.A., Rudskoy A.I., Dmitriev S.V. Equilibrium diamond-like carbon nanostructures with cubic anisotropy: elastic properties // Physica Status Solidi B, 2016, V.253, N 7, P.1295-1302.
30. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. The elastic properties of hexagonal auxetics under pressure // Physica Status Solidi B, 2016, V.253, N 7, P.1261-1269.

31. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Longitudinal elastic tension of two-layered plates from isotropic auxetics-nonauxetics and cubic crystals // *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2017, V.63, P.122-127.
32. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Komarova M.A., Lisovenko D.S. Extreme values of the shear modulus for hexagonal crystals // *Scripta Materialia*, 2017, V.140, P.55-58.
33. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S., Volkov M.A. Two-layered tubes from cubic crystals: Auxetic tubes // *Physica Status Solidi B*, 2017, V.254, N 12, P.1600815.
34. Лисовенко Д.С., Баимова Ю.А., Рысаева Л.Х., Городцов В.А., Дмитриев С.В. Равновесные структуры из углеродных алмазоподобных кластеров и их упругие свойства // *ФТТ*, 2017, Т.59, N 4, С.801-809.
35. Гольдштейн Р.В., Лисовенко Д.С., Ченцов А.В., Лаврентьев С.Ю. Экспериментальное изучение ауксетического поведения вогнутой ячеистой решетки с криволинейными элементами // *Письма о материалах*, 2017 г. Т.7, В.2, С.81-84.
36. Гольдштейн Р.В., Лисовенко Д.С., Ченцов А.В., Лаврентьев С.Ю. Экспериментальное изучение влияния дефектов на ауксетическое поведение ячеистой конструкции с криволинейными элементами // *Письма о материалах*, 2017 г. Т.7, В.4, С.355-358.
37. Каримов Д.Н., Лисовенко Д.С., Сизова Н.Л., Соболев Б.П. Анизотропия механических свойств кристаллов  $TbF_3$  // *Кристаллография*, 2018, Т.63, N 1, С.106-113.
38. Новикова Н.Е., Лисовенко Д.С., Сизова Н.Л. Особенности структуры, упругие модули и картина деформации и разрушения по Кнупу монокристаллов гидрофталатов калия, рубидия, цезия и аммония // *Кристаллография*, 2018, Т.63, N 3, С.425-440.
39. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С., Волков М.А. Тонкие однородные двуслойные пластины из кубических кристаллов с различной ориентацией слоев // *Физическая мезомеханика*, 2018, Т.21, N 2, С.5-13.

40. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisoenko D.S. Chiral elasticity of nano/microtubes from hexagonal crystals // *Acta Mechanica*, 2018, V.229, N 5, P.2189-2201.
41. Gorodtsov V.A., Lisoenko D.S., Lim T.-C. Three-layered plate exhibiting auxeticity based on stretching and bending modes // *Composite Structure*, 2018, V.194, P. 643-651.
42. Rysaeva L.Kh., Baimova J.A., Lisoenko D.S., Gorodtsov V.A., Dmitriev S.V. Elastic properties of fullerites and diamond-like phases // *Physica Status Solidi B*, 2019, V.256, N 1, P.201800049.
43. Gorodtsov V.A., Lisoenko D.S. Tension of thin two-layered plates of hexagonal crystals // *Composite Structure*, 2019, V.209, P. 453-459.

**Список публикаций автора в изданиях, рекомендованных ВАК РФ:**

44. Городцов В.А., Лисовенко Д.С. К механике углеродных и других слоистых наночувств // *Инженерная Физика*, 2009, N 4, С.36-38.
45. Рысаева Л.Х., Баимова Ю.А., Лисовенко Д.С., Крылова К.А., Дмитриев С.В., Городцов В.А. Упругие свойства фуллерита // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*, 2016, Т.13. N 1, С.105-109.

Дмитрий Сергеевич Лисовенко

**Ауксетическая механика изотропных  
материалов, кристаллов и анизотропных  
композитов**

01.02.04 — Механика деформируемого твердого тела

Подписано к печати \_\_. \_\_. 2019. Заказ No \_\_-2019. Тираж 70 экз.

---

Отпечатано на ризографе ИПМех РАН  
119526, Москва, пр-т Вернадского, 101, 1

