

На правах рукописи

Перельмутер Михаил Натанович

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ
ПО ГРАНИЦАМ СОЕДИНЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ**

01.02.04 - механика деформируемого твердого тела

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва – 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН).

Официальные оппоненты:

Аннин Борис Дмитриевич, академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, заведующий отделом;

Греков Михаил Александрович, доктор физико-математических наук, Санкт-Петербургский государственный университет, профессор кафедры вычислительных методов механики деформируемого тела;

Мовчан Андрей Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт прикладной механики РАН, заведующий отделом.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН).

Защита состоится 26 ноября 2015 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при ИПМех РАН по адресу: 119526. Москва, проспект Вернадского, д. 101, корп. 1, ауд. 237.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМех РАН (<http://www.ipmnet.ru/discouncil.htm>).

Автореферат разослан ... октября 2015 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

Д 002.240.01 при ИПМех РАН, к.ф.-м.н.

Е.Я. Сысоева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. При производстве и эксплуатации изделий и конструкций, содержащих соединения материалов, происходит образование дефектов и трещин, расположенных преимущественно на границах соединений (как в межфазном слое, так и на границах межфазного слоя с соединяемыми материалами), что может привести к потере эксплуатационных свойств соединения материалов. Важнейшим направлением в моделировании разрушения материалов и их соединений является разработка и использование для исследования процессов разрушения различных вариантов моделей трещины, учитывающих нелинейные эффекты разупрочнения материала вблизи края трещины (модели зоны процесса разрушения). Одна из возможностей механико-математического моделирования зоны процесса разрушения состоит в рассмотрении её как части трещины и приложении к поверхностям трещины в этой зоне сил сцепления, сдерживающих раскрытие трещины (модель концевой области трещины). Первые варианты моделей концевой области трещины предложены для хрупкого и упруго-пластического разрушения однородных материалов. В рамках этих моделей полагается, что в состоянии предельного равновесия силы сцепления таковы, что коэффициент интенсивности напряжений от совместного действия этих сил и внешних нагрузок равен нулю и, соответственно, напряжения в вершине трещины ограничены. В неоднородных материалах, при наличии границ раздела фаз, подкрепляющих волокон и частиц, процессы деформирования и разрушения вблизи края трещины включают в себя несколько физических механизмов. В этом случае процесс разрушения не локализован вблизи края трещины, размер зоны процесса разрушения может быть сравним с характерным размером трещины, причем при изменении размера этой зоны возможна реализация различных механизмов разрушения. Ввиду этого, для моделирования формирования и развития трещин по границам соединения материалов эффективно использование модели трещины с силами сцепления (связями) в концевой области и с учетом сингулярности напряжений в вершине трещины, что позволяет учитывать многомасштабность соединительного слоя между материалами, наличие подкрепляющих волокон и частиц. Модели и методы расчета процессов разрушения по границам соединения материалов с учетом адгезионных связей и иных механизмов сцепления материалов разработаны в настоящее время недостаточно. Необходима разработка моделей формирования и развития трещин по границам соединения материалов, а также методов расчета напряженно-деформированного состояния соединений различных материалов с учетом адгезионных связей и возможного трещинообразования.

Работа является продолжением и развитием фундаментальных исследований, выполненных Г.И. Баренблаттом, Р.В. Гольдштейном, М.А. Грековым, В.М. Ентовым, М.Я. Леоновым, Н.Ф. Морозовым, В.В. Панасюком, Р.Л. Салгаником, В. Budiansky, B.N. Cox, D.S. Dugdale, A.G. Evans, A. Hillerborg, J.W. Hutchinson, D.B. Marshall, R.O. Ritchie, L.R.F. Rose и др.

Цель диссертации состоит в: **1)** построении моделей формирования и развития трещин по границам соединения материалов; **2)** разработке методов расчета процессов разрушения кусочно-однородных изделий и конструкций; **3)** исследовании новых задач механики разрушения для трещин с концевой областью на границе соединения материалов.

Для достижения поставленной цели решены следующие задачи:

- моделирование концевой области трещины на границе соединения материалов с учетом взаимосвязи нормальной и касательной мод деформирования и кинетики связей, многомасштабности соединительного слоя между материалами, наличия подкрепляющих волокон и частиц;
- разработка методов исследования напряженно-деформированного состояния и расчета коэффициентов интенсивности напряжений для кусочно-однородных изделий и конструкций с трещинами на границе соединения материалов с учетом нелинейных законов деформирования связей и кинетики связей в концевой области трещины;
- разработка и применение нелокального критерия развития трещин, учитывающего затраты энергии на деформирование связей в концевой области трещины и позволяющего анализировать продвижение как вершины трещины, так и края её концевой области под действием внешних нагрузок и усилий, возникающих в связях.

Научная новизна. В работе впервые получены следующие результаты:

- на основе рассмотрения зоны процесса разрушения как концевой области трещины разработаны модели формирования и роста трещин по границам соединения материалов, учитывающие взаимосвязь нормальной и касательной мод деформирования, многомасштабность соединительного слоя между материалами, наличие подкрепляющих волокон и частиц, а также термофлуктуационную кинетику адгезионных связей;
- разработаны методы решения задач механики разрушения для трещин на границе соединения материалов с концевой областью, размер которой не является малым по сравнению с характерным размером трещины, включающие расчет напряженно-деформированного состояния таких структур и оценку долговечности связей в концевой области трещины, основанную на термофлуктуационной теории разрушения;
- получена система сингулярных интегро-дифференциальных уравнений для анализа напряженно-деформированного состояния в концевой области трещины на границе соединения полуплоскостей из различных материалов, позволяющая определять нормальную и касательную составляющие усилий в связях при нелинейном законе деформирования связей и учете термофлуктуационной кинетики связей;
- разработана методика численного решения указанной системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений для связей с нелинейной диаграммой деформирования и с учетом кинетики термофлуктуационного распада связей;
- выполнено исследование решения системы сингулярных интегро-диффе-

ренциальных уравнений при различных законах деформирования связей в концевой области трещины и механических свойствах материалов; выделены безразмерные параметры, содержащие физико-механические характеристики задачи, определяющие решение указанной системы уравнений;

- разработана методика численного решения граничных интегральных уравнений для анализа теплового и напряженно-деформированного состояния кусочно-однородных структур конечных размеров с учетом взаимодействия берегов криволинейных трещин на границах подобластей;
- разработаны алгоритмы и компьютерные программы, реализующие численное решение сингулярных интегро-дифференциальных и граничных интегральных уравнений для изделий и конструкций, содержащих трещины с концевой областью на границе соединения материалов;
- предложен вариант нелокального критерия квазистатического роста трещин, учитывающий работу по деформированию связей и термофлуктуационную кинетику связей в концевой области трещины; в рамках указанного критерия сформулированы и исследованы режимы квазистатического развития трещин со связями в концевой области;
- получены и исследованы решения ряда новых задач механики разрушения для трещин с концевой областью на границе соединения материалов, включая задачи с криволинейными трещинами; установлено хорошее согласование результатов, полученных на основе разработанных автором методов расчета напряженно-деформированного состояния и критериев формирования и развития трещин с известными экспериментальными данными.

Методы исследования. В работе использованы аналитические и численные методы механики деформируемого твердого тела и механики разрушения, адаптированные для целей диссертации. Для анализа напряженного состояния в концевой области прямолинейной трещины на границе соединения полуплоскостей из различных материалов используется метод сингулярных интегро-дифференциальных уравнений. Для исследования напряженно-деформированного состояния и расчета коэффициентов интенсивности напряжений в телах конечных размеров с криволинейными трещинами на границе соединения материалов используется метод граничных интегральных уравнений в прямой формулировке с фундаментальным решением Кельвина. Методы численного решения сингулярных интегро-дифференциальных и граничных интегральных уравнений основаны на кусочно-полиномиальной дискретизации уравнений и применении варианта метода переменных параметров упругости для решения задач с нелинейной диаграммой деформирования связей.

Достоверность и обоснованность результатов. Результаты получены с использованием моделей и методов расчета, основанных на механике деформируемого твердого тела и механике разрушения. Полученные в работе аналитические и численные результаты сопоставлены с известными аналитическими решениями, асимптотическими оценками, экспериментальными и расчетными данными.

Практическая значимость работы состоит в возможности использования разработанных моделей и методов расчета для исследования процессов формирования и развития трещин по границам соединения материалов, а также для оценки трещиностойкости соединений материалов. Разработанные алгоритмы и компьютерные программы могут быть использованы для исследования теплового и напряженно-деформированного состояний кусочно-однородных конструкций, а также для расчета коэффициентов интенсивности напряжений для трещин на границах соединения различных материалов.

Публикации результатов и апробация работы. Основные результаты диссертации получены автором и опубликованы в журналах из списка ВАК [1–10] и международных рецензируемых журналах [11–17], а также в сборниках научных статей [18–24], трудах конференций [25–36] и препринтах [37–44].

Основные положения диссертации и работа в целом докладывались и обсуждались на ряде российских и международных конференций и семинаров, включая следующие: Всероссийские съезды по теоретической и прикладной механике (VIII съезд, Пермь, 2001; IX и X съезды, Нижний Новгород, 2006, 2011); ICTAM – Международные конгрессы по теоретической и прикладной механике (ICTAM2000, Чикаго; ICTAM2004, Варшава; ICTAM2008, Аделаида; ICTAM2012, Пекин); Международные конференции по разрушению (ICF2005, Турин; ICF2009, Оттава; ICF2013, Пекин); Европейские конференции по разрушению (ECF14, 2002, Краков; ECF16, 2006, Александрополис; ECF17, 2008, Брно; ECF18, 2010, Дрезден; ECF19, 2012, Казань; ECF20, 2014, Трондхейм); Международные конференции по методам граничных элементов (Брешиа, 2000 и 2011; Грац, 2006; Флоренция, 2014); Международная конференция по вычислительной механике деформируемого твердого тела (Москва, 2006); Конференции немецкого общества механиков - GAMM (2007, Цюрих; 2008, Бремен); III Международная научно-техническая конференция “Авиадвигатели XXI века” (Москва, 2010); III, IV и V Международные конференции “Деформация и разрушение материалов и наноматериалов” (Москва, 2009, 2011, 2013); Международная конференция по самовосстанавливающимся материалам (ICSHM, Бат, 2011); III Всероссийская конференция “Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций”, посвященная 100-летию со дня рождения академика Ю.Н. Работнова (2014, Новосибирск); The International Conference “Advanced Problems in Mechanics” (Russia, St. Petersburg, 2002, 2010); Семинар академика Горячевой И.Г. (НИИ механики МГУ, Москва, 2014); семинар “Механика деформирования и разрушения материалов и конструкций” под руководством чл. корр. РАН Гольдштейна Р.В. (ИПМех РАН, Москва, 2015); семинар академика Морозова Н.Ф. (ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, 2013, 2015).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, приложения и списка литературы. Работа содержит 356 страниц, в том числе 170 иллюстраций и 8 таблиц; список литературы содержит 296 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении определен предмет исследования диссертационной работы, приведен краткий обзор литературы, отмечается актуальность темы диссертации, а также формулируется цель и задачи исследования.

В первой главе выполнено обоснование выбора модели концевой области трещины с учетом сингулярности напряжений в вершине трещины; разработана модель концевой области трещины на границе соединения материалов, учитывающая взаимосвязь нормальной и касательной мод деформирования, многомасштабность соединительного слоя между материалами, наличие подкрепляющих волокон и частиц, а также термофлуктуационную кинетику адгезионных связей.

В разделе 1.1. рассмотрены варианты описания зоны процесса разрушения трещины на основе модели концевой области трещины и выделяется два типа моделей по форме представления напряжений в вершине трещины в состоянии предельного равновесия: **1)** суммарный коэффициент интенсивности напряжений (КИН) от действия внешних нагрузок и сил сцепления в концевой области, определяющий сингулярную асимптотику напряжений вблизи трещины, полагается равным нулю, следствием чего является ограниченность и непрерывность напряжений в вершине трещины (**когезионные модели концевой области трещины**); **2)** суммарный КИН от действия внешних нагрузок и сил сцепления не равен нулю, т.е. предполагается сингулярное поле напряжений вблизи трещины (**модели трещины со связями в концевой области**, - bridged crack models).

Модели первого типа применяются для однородных материалов, если процессы продвижения вершины трещины и формирования сил сцепления взаимосвязаны и определяются одним физическим механизмом.

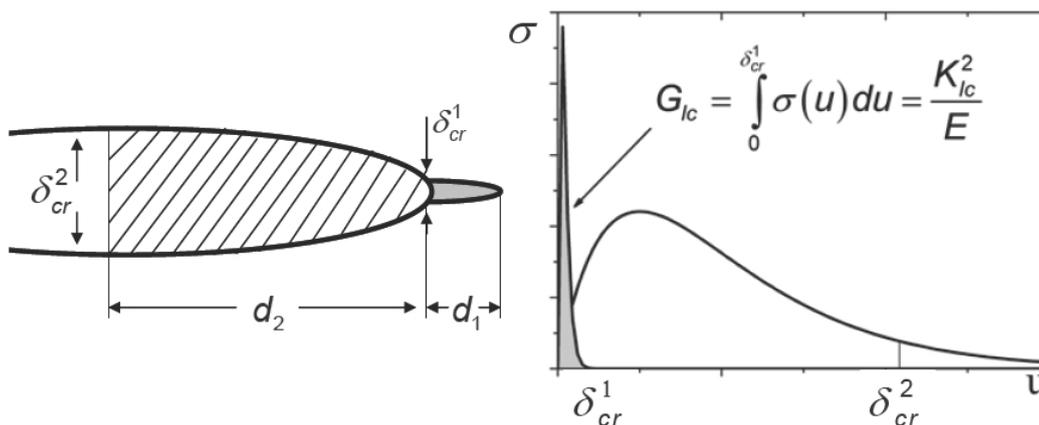


Рис. 1. (а) - Двухуровневая когезионная зона; (б) - двухуровневая когезионная кривая

Модели второго типа используются, если процессы деформирования и разрушения в концевой области трещины включают в себя несколько физических механизмов, например, в адгезионных соединениях или композиционных материалах, где продвижение вершины трещины и формирование сил сцепления обусловлены различными механизмами. Материалы в этом случае рас-

смаатриваются как многофазные и многомасштабные, с учетом вклада каждой фазы и масштаба в трещиностойкость соединения.

Основой для **модели трещины со связями в концевой области** является когезионная модель, которая может быть использована для описания многомасштабного взаимодействия между берегами трещины, если когезионная кривая состоит, например, из двух частей, соответствующих различным физическим механизмам ограничения раскрытия трещины (см. рис. 1a,b). Условие конечности напряжений в вершине трещины в этом случае имеет вид:

$$K_{\infty} - K_b^{(1)} - K_b^{(2)} = 0, \quad (1)$$

где K_{∞} - КИН от действия внешних нагрузок, $K_b^{(1)}$ и $K_b^{(2)}$ - КИН, обусловленные взаимодействием между берегами трещины в частях d_1 и d_2 когезионной зоны.

Во многих материалах часть когезионной зоны, примыкающая в вершине трещины, мала по сравнению с длиной трещины и размером второй части когезионной зоны ($d_1 \ll d_2$, $d_1 \ll \ell$), а предельные раскрытия трещины на соответствующих частях зоны удовлетворяют условию $\delta_{cr}^1 \ll \delta_{cr}^2$. В этом случае можно полагать, что, при монотонном нагружении, первая часть когезионной зоны находится в состоянии предельного равновесия и, следовательно, вклад этой части когезионной зоны в трещиностойкость материала не зависит от длины трещины и является постоянной величиной:

$$K_b^{(1)} = K_{Ic} = \sqrt{EG_{Ic}}, \quad G_{Ic} = \int_0^{\delta_{cr}^1} \sigma(u) du \quad (2)$$

С учетом этого предположения можно представить условие конечности напряжений (1) для когезионной зоны, состоящей из двух частей, как условие предельного равновесия в **модели трещины со связями в концевой области**, при допущении сингулярного поля напряжений в вершине трещины ($K_b \equiv K_b^{(2)}$)

$$K_{\infty} - K_b = K_{Ic} \quad (3)$$

При таком описании концевой области трещины полагается (т.к. $d_1 \ll d_2$ и $\delta_{cr}^1 \ll \delta_{cr}^2$), что $d_1 = 0$ и $\delta_{cr}^1 = 0$ и рассматривается только часть кривой деформирования связей на участке от $u = 0$ до $u = \delta_{cr} \equiv \delta_{cr}^2$, а вклад части когезионной зоны, примыкающей к вершине трещины, полагается постоянным.

Таким образом, когезионная модель трещины является частным случаем модели трещины со связями в концевой области при $K_{Ic} = 0$ (при рассмотрении когезионной кривой, соответствующей только одному масштабу взаимодействия между берегами трещины). Преимуществом модели трещины со связями в концевой области и учете сингулярности поля напряжений в её вершине является возможность использования аппарата линейной механики разрушения и, соответственно, рассмотрения нелинейных процессов в концевой области трещины при решении задачи в линейной постановке.

Для трещин, расположенных на границе соединения различных материалов, в диссертации используется обобщенная **модель трещины со связями**

в концевой области. В рамках этой модели полагается, что концевая область трещины может содержать связи нескольких уровней, действующие на различных масштабах длины трещины. Для фиксированной длины трещины суммарный вклад в трещиностойкость связей всех уровней, кроме последнего, является постоянным, а область их действия является малой, по сравнению с размером трещины и областью действия связей последнего уровня. Термины “концевая область”, “силы сцепления” и “связи” далее относятся только к связям последнего уровня, а коэффициенты интенсивности напряжений не полагаются равными нулю. При рассмотрении концевой области последнего уровня исходим из следующих допущений: **1)** процесс разрушения локализован в концевой области трещины, которая является её частью и может быть сравнима с размером всей трещины (в частности, связи могут полностью заполнять трещину); **2)** к берегам трещины в концевой области приложены распределенные силы сцепления (связи), зависящие от раскрытия трещины, в соответствии с законом деформирования связей, который определяется физической природой взаимодействия между берегами трещины и может изменяться при увеличении расстояния до ее вершины; **3)** материал вне трещины полагается линейно-упругим, и деформация материала за вершиной трещины происходит совместно с волокнами (слоем адгезива) без нарушения его сплошности.

В разделе 1.2. приведены основные положения механики трещин, расположенных на границе или вблизи соединения материалов, и методы определения КИН, используемые в работе. Вычисление КИН для трещины, расположенной на границе соединения материалов, выполняется исходя из соотношения (см. Салганик Р.Л., ПММ, 1963, № 5):

$$K_I + iK_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\sigma_{yy}(r) + i\sigma_{xy}(r)) \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-i\beta}, \quad \beta = \frac{\ln \alpha}{2\pi} \quad \alpha = \frac{\mu_2 k_1 + \mu_1}{\mu_1 k_2 + \mu_2}, \quad (4)$$

где $\sigma_{yy}(r)$, $\sigma_{xy}(r)$ -напряжения на продолжении трещины, r - расстояние по нормали до края трещины, r_0 - характерный линейный размер задачи, K_I и K_{II} - компоненты комплексного КИН на границе соединения материалов, $k_{1,2} = 3 - 4\nu_{1,2}$ или $k_{1,2} = (3 - \nu_{1,2})/(1 + \nu_{1,2})$ для плоской деформации или плоского напряженного состояния, соответственно, $\nu_{1,2}$ и $\mu_{1,2}$ -коэффициенты Пуассона и модули сдвига материалов подобластей 1 и 2, β - биупругая постоянная, зависящая от свойств материалов, $i^2 = -1$.

При действии внешней нагрузки и наличии связей в концевой области трещины, итоговый КИН определяется как

$$K_I + iK_{II} = (K_I^{ext} + K_I^{int}) + i(K_{II}^{ext} + K_{II}^{int}), \quad (5)$$

где $K_{I,II}^{ext}$ - КИН от действия внешних напряжений, $K_{I,II}^{int}$ - КИН от действия напряжений, приложенных на берегах трещины.

В разделе 1.3. дано математическое описание модели трещины со связями в концевой области, на границе соединения материалов, а также получены микромеханические и феноменологические законы деформирования связей.

Рассматривается трещина, расположенная на границе (в общем случае криволинейной) соединения материалов (рис. 2), и выделяется часть трещины длины d , примыкающая к её вершине (концевая область трещины), в которой поверхности трещины взаимодействуют, так что это взаимодействие сдерживает раскрытие трещины. Взаимодействие берегов трещины описывается в рамках механической модели, без выделения конкретных причин взаимодействия. Даже при одноосном растяжении в связях между берегами тре-

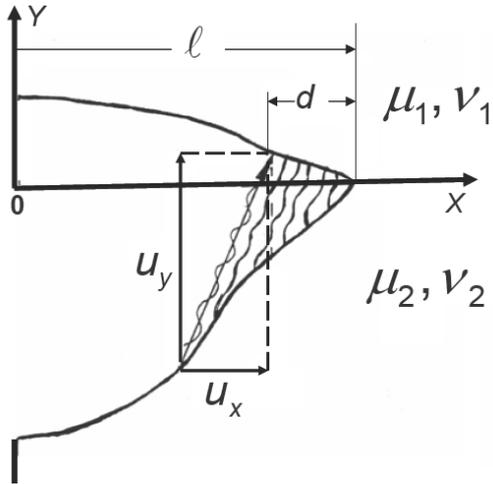


Рис. 2. Трещина со связями в концевой области, на границе соединения материалов

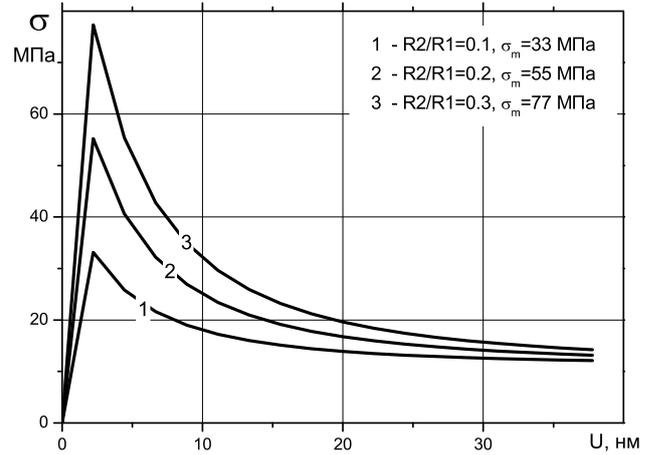


Рис. 3. Кривые деформирования многозвенных связей в концевой области трещины, $u_m = 2.21$ нм

щины возникают, ввиду различия упругих свойств соединенных материалов, усилия $Q(x)$, имеющие нормальную $q_y(x)$ и касательную $q_x(x)$ компоненты. Учитывая характерную для трещин на границе соединения материалов зависимость компонент раскрытия трещины $u_{x,y}$ от расстояния до вершины трещины $u_{x,y}(x) \sim \left(\frac{\ell-x}{\ell+x}\right)^{-i\beta}$, представим усилия $Q(x)$ в концевой области трещины в форме:

$$Q(x) = q_y(x) - iq_x(x) = (p_y(x) - ip_x(x)) \left(\frac{\ell-x}{\ell+x}\right)^{-i\beta}, \quad (6)$$

где функции $p_{y,x}$ являются неизвестными при анализе напряженно-деформированного состояния в концевой области (см. главу 2).

Соотношение, связывающее компоненты раскрытия трещины и усилий в связях (закон деформирования связей), представим, без потери общности, в форме квазилинейных зависимостей:

$$u_y(x) - iu_x(x) = c_y(x, \sigma)q_y(x) - ic_x(x, \sigma)q_x(x), \quad (7)$$

где $u_{y,x}(x)$ - проекции раскрытия трещины на оси координат OX и OY (рис. 2), $\sigma(x) = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ - модуль вектора усилий в связях, функции $c_{y,x}(x, \sigma)$ - эффективные податливости связей, зависящие от положения связи вдоль концевой области, которые определяются из соображений размерности как

$$c_{y,x}(x, \sigma) = \gamma_{1,2}(x, \sigma)H/E_b, \quad (8)$$

где $\gamma_{1,2}(x, \sigma)$ - безразмерные функции, H - линейный размер, пропорциональный толщине зоны неоднородности на участке соединения материалов, E_b -

эффективный модуль упругости связей. В рассматриваемой модели размер концевой области трещины d не предполагается малым по сравнению с длиной трещины, а усилия в связях $q_{y,x}(x)$ зависят как от принятого закона деформирования связей, так и от размера концевой области и подлежат определению из решения краевой задачи, при заданной внешней нагрузке и известном законе деформирования связей.

Экспериментальное определение кривых деформирования связей для конкретных пар материалов является достаточно трудоемким. Комбинированный подход к получению кривых деформирования связей состоит в определении вида функциональной зависимости между раскрытием трещины и усилиями в связях для некоторых групп или пар материалов, исходя из физической модели или феноменологически, и описании характерных точек таких кривых с использованием параметров связей, получаемых экспериментально. В работе рассмотрены варианты кривых деформирования связей такого типа.

В п. 1.3.1. получены кривые деформирования связей между берегами трещины на границе адгезионного соединения различных полимеров при использовании в качестве промежуточного слоя между ними специального полимера-активатора, химически совместимого с каждым из них. Молекулы промежуточного слоя могут образовывать между соединяемыми полимерами однозвенные и многозвенные связи. В первом случае молекула полимера-активатора пересекает границу раздела материалов однократно, а во втором случае - многократно (сшивка материалов). Плотность однозвенных связей на единицу поверхности соединения материалов R_1 , а плотность многозвенных связей - R_2 . Полагается, что связи деформируются упруго до определенной величины напряжения σ_m и соответствующего этому напряжению раскрытия трещины u_m . При раскрытии трещины $U \geq u_m$ закон деформирования связей становится нелинейным и напряжения в связях уменьшаются. Жесткость связей и предельная величина упругих напряжений возрастают при увеличении числа многозвенных связей, см. рис.3.

В п. 1.3.2. получены кривые деформирования связей в концевой области трещины для композиционных материалов, армированных волокнами. Разработана механическая модель взаимодействия между нанотрубками и матрицей в предположении, что зона адгезионного взаимодействия нанотрубок и матрицы представляет собой тонкий промежуточный слой между этими фазами, который обладает сопротивлением только по отношению к действию сдвиговых напряжений и имеет заданную кривую деформирования, а нанотрубка представляет собой цилиндрическое волокно с прямолинейной осью, погруженное в матрицу. Напряженно-деформированное состояние нанотрубки и слоя на границе соединения нанотрубки и матрицы полагается одноосным. В зависимости от уровня внешней нагрузки возможно наличие вдоль оси нанотрубки участков с различными законами деформирования. Распределение нормальных напряжений в сечении нанотрубки и касательных напряжений в промежуточном слое при этом изменяются вдоль оси нановолокна. В пред-

положении, что связи в концевой области трещины образованы волокнами, взаимодействующими с матрицей, согласно принятым допущениям, получена билинейная зависимость напряжения на конце нановолокна от его удлинения (закон деформирования связи).

В п. 1.3.3. приведено феноменологическое описание нелинейных законов деформирования связей в концевой области трещины, с учетом участков упрочнения и разупрочнения. Получены аналитические выражения для полиномиальных законов деформирования связей. Представление диаграмм деформирования связей в простой аналитической форме облегчает численные эксперименты по исследованию влияния параметров нелинейной части кривой деформирования связей, размера концевой области трещины и величины внешней нагрузки на сходимость итерационного процесса решения системы, а также позволяет получать сравнительные оценки параметров трещиностойкости для различных типов кривых деформирования связей.

В разделе 1.4 предложен основанный на термофлуктуационной теории разрушения метод анализа кинетики связей в концевой области трещины. Предполагается, что, по крайней мере, один из материалов является полимером, а часть трещины, занятая связями (концевая область), не является малой, по сравнению с длиной трещины. Анализ кинетики связей в концевой области трещины и оценка времени формирования дефектов на границе соединения материалов выполняются, исходя из следующих допущений: **1)** в начальный момент времени на границе соединения существует область ослабленных связей между материалами (это может быть технологический дефект, либо ослабленная зона, вызванная, например, диффузией активной среды); **2)** плотность связей в указанной области изменяется со временем по термофлуктуационному механизму; **3)** жесткость связей пропорциональна их плотности в каждой точке концевой области трещины; **4)** зарождение дефекта происходит вблизи края области ослабленных связей; **5)** условием формирования трещины-дефекта является снижение средней плотности связей на соответствующем участке области ослабленных связей до критического значения или увеличение раскрытия трещины до предельной величины.

Использование модели концевой области трещины позволяет рассматривать зону ослабленных связей как трещину, частично или полностью заполненную связями. При действии внешней нагрузки в процессе термофлуктуационного распада связей размер концевой области сокращается, и часть зоны ослабленных связей освобождается от связей, при выполнении соответствующего критериального условия. Долговечность τ_b нагруженной межатомной связи при действии растягивающего напряжения σ определяется формулой:

$$\tau_b = \mu \tau_0 e^{(U_0(T) - A(\sigma))/kT}, \quad A(\sigma) = \gamma \sigma \quad (9)$$

где k - постоянная Больцмана, T - абсолютная температура, $\tau_0 \approx h/kT$ - постоянная порядка периода тепловых колебаний атомов, h - постоянная Планка, μ - безразмерный коэффициент, зависящий от вида материала (полимер, металл, керамика), $U_0(T)$ - энергия активации распада межатомных связей. Из

выражения (9) видно, что величина $A(\sigma)$ уменьшает энергетический барьер разрыва связей и может быть рассмотрена как работа, которую выполняют внешние силы при разрушении тела. Полагается, что выражение (9) является справедливым и для связей в концевой области трещины, но работа $A(\sigma)$ есть работа по деформированию связей, определяемая с учетом неоднородного распределения усилий по связям в концевой области трещины.

Зависимость плотности связей от времени при химическом разложении определяется уравнением ($n_0 = n(x, 0)$ - начальная плотность связей)

$$n(x, t) = n_0 e^{-t/\tau_b(\sigma_b, x)} \quad (10)$$

Изменение плотности связей во времени ведет к изменению податливости связей в концевой области трещины. Обозначим жесткость одной молекулярной связи $k_s(x)$. Тогда эффективная жесткость связей на единицу площади концевой области трещины определяется выражением $k(x, t, \sigma_b) = k_s(x) n(x, t) = k_b(x) e^{-t/\tau_b(\sigma_b, x)}$, где $k_b(x) = k_s(x) n_0$ - начальная жесткость связей на единицу площади концевой области трещины. Из этого выражения следует, что податливость связей в концевой области можно представить в форме:

$$c(x, t, \sigma_b) = c_b(x) e^{t/\tau_b(\sigma_b, x)}, \quad (11)$$

где $c_b(x) = 1/k_b(x)$ - функция, определяющая начальную податливость связей в концевой области трещины. Методика расчета кинетики связей в концевой области трещины объединена с численным алгоритмом расчета напряженно-деформированного состояния в концевой области трещины.

Вторая глава посвящена разработке методов исследования напряженно-деформированного состояния и расчета КИН при учете взаимодействия поверхностей трещин на границе соединения материалов.

В разделе 2.1. рассматривается прямолинейная трещина с концевыми областями d_1 и d_2 (равными при одноосном растяжении), расположенная на границе соединения двух полуплоскостей из различных изотропных материалов (рис.4), при действии внешних однородных нормальной σ_0 и сдвиговой τ_0 нагрузок.

В п. 2.1.1. получены сингулярные интегро-дифференциальные уравнения (СИДУ) для анализа напряженно-деформированного состояния в концевой области прямолинейной трещины, на границе соединения двух полуплоскостей из различных изотропных материалов. Граничные условия на берегах трещины для плоской задачи теории упругости записываются с учетом принципа суперпозиции. Усилия в связях $q_{y,x}(x)$ подлежат определению из решения задачи при внешних нагрузках σ_0, τ_0 и известном законе деформирования связей. В рассматриваемой постановке задачи размеры концевых областей $d_{1,2}$ не предполагаются малыми по сравнению с длиной трещины, а усилия в связях $q_{y,x}(x)$, зависящие как от принятого закона деформирования связей, так и от размера концевой области, имеют форму (6).

Раскрытие в концевой области трещины на границе между двумя различными материалами, $u(x, 0) \equiv u(x) = u_y(x) - iu_x(x)$, можно, ввиду линейности задачи теории упругости, представить так:

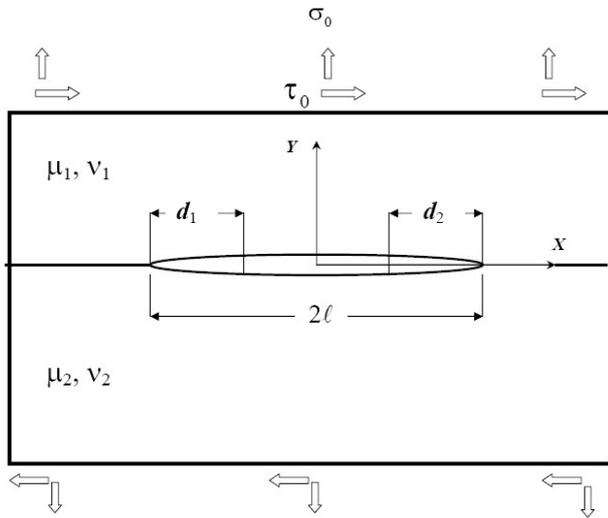


Рис. 4. Прямолинейная трещина со связями в концевой области, на границе соединения материалов, однородные растягивающие σ_0 и сдвиговые τ_0 нагрузки

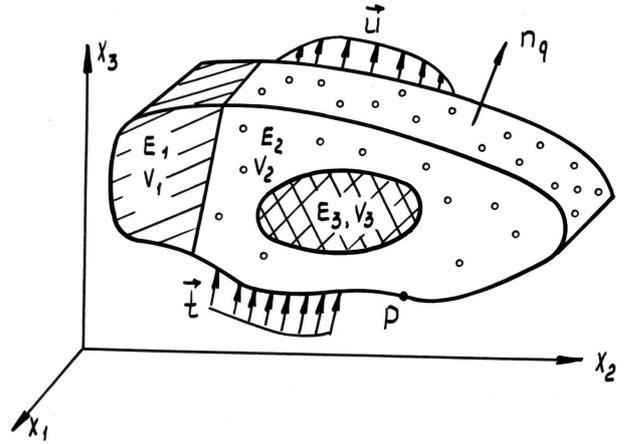


Рис. 5. Кусочно-однородная область с трещинами, со связями в концевой области, на границе соединения материалов, механические и тепловые нагрузки

$$u(x) = u_\infty(x) + u_Q(x), \quad u_\infty(x) = u_{\infty y}(x) - iu_{\infty x}(x), \quad u_Q(x) = u_{Qy}(x) - iu_{Qx}(x), \quad (12)$$

где $u_\infty(x)$ - раскрытие трещины от действия напряжений $-\sigma_0$ и $-\tau_0$ на берегах трещины, $u_Q(x)$ - раскрытие трещины (сближение берегов трещины), обусловленное усилиями $-q_{y,x}(x)$, возникающими в связях при действии внешних нагрузок и приложенными на берегах трещины в концевой области, компоненты с индексами x, y в (12) - проекции соответствующих слагаемых раскрытия трещины на оси координат OX и OY , (см. рис. 4).

Выражение (12) является исходным для получения системы СИДУ для трещины на границе соединения материалов без использования явного выражения для раскрытия трещины при произвольной нагрузке на ее поверхности (функции Грина). Дифференцируя первое соотношение в (12), используя соотношения (7) и (8), и переходя к безразмерным переменным (индекс α соответствует слагаемым раскрытия трещины в (12)) $s = x/\ell$, $u_\alpha(s) = u_\alpha(x)/\ell$, получим:

$$c_0 \frac{\partial}{\partial s} \left[\gamma_1(s, \sigma) q_y(s) - i\gamma_2(s, \sigma) q_x(s) \right] - E_b \frac{\partial u_Q(s)}{\partial s} = E_b \frac{\partial u_\infty(s)}{\partial s}, \quad c_0 = \frac{H}{\ell}, \quad (13)$$

где параметр c_0 будем называть относительной податливостью связей.

Производная раскрытия трещины от действия усилий, приложенных на берегах трещины в концевой области ($\partial u_Q(s)/\partial s$), содержащаяся в выражении (13), получена в диссертации, исходя из известного выражения для производных перемещений берегов трещины при действии произвольных нормальных $q_y(s)$ и касательных $q_x(s)$ усилий на берегах трещины длины 2ℓ , расположенной на границе соединения материалов (см. Слепян Л.И. Механика трещин. 1981), а производная раскрытия трещины при действии однородных внешних напряжений $\partial u_\infty(s)/\partial s$ следует из известного аналитического решения (см. England A.H., JAM, №2, 1965).

Рассматриваются последовательно случаи нагружения нормальными σ_0 (Задача 1) и касательными τ_0 (Задача 2) напряжениями.

Задача 1. Нормальные и касательные усилия $q_{x,y}$, возникающие в связях при действии внешних нормальных напряжений σ_0 , а также функции $p_{x,y}$, определяемые выражением (6), удовлетворяют следующим условиям симметрии:

$$q_y(-x) = q_y(x), \quad q_x(-x) = -q_x(x), \quad p_y(-x) = p_y(x), \quad p_x(-x) = -p_x(x) \quad (14)$$

Задача 2. При действии внешних касательных напряжений τ_0 условия симметрии для усилий в связях и функций $p_{x,y}(x)$ меняются местами:

$$q_y(-x) = -q_y(x), \quad q_x(-x) = q_x(x), \quad p_y(-x) = -p_y(x), \quad p_x(-x) = p_x(x) \quad (15)$$

Рассматриваем концевую область трещины при $\ell - d \leq x \leq \ell$ с учетом условий (14)-(15). Подставляя в уравнение (13) соответствующие выражения (подробные преобразования приведены в Приложении к диссертации) с учетом замены $s = x/\ell$, нормировки усилий в связях $q_{y,x}(s) = q_{y,x}(x)/\Sigma$ и вспомогательных функций $p_{y,x}(s) = p_{y,x}(x)/\Sigma$, (здесь $\Sigma = \sqrt{\sigma_0^2 + \tau_0^2}$), получаем нелинейную систему СИДУ относительно неизвестных функций $p_y(s)$ и $p_x(s)$:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial s} \left[\gamma_1(s, \sigma) q_y(s) - i \gamma_2(s, \sigma) q_x(s) \right] - \frac{\pi \Psi (1 - \alpha)}{2(1 + \alpha)} (q_x(s) + i q_y(s)) + \\ & + \frac{\Psi}{\sqrt{1 - s^2}} \left(\frac{1 - s}{1 + s} \right)^{-i\beta} \int_{1-\frac{d}{\ell}}^1 \frac{\sqrt{1 - t^2}}{t^2 - s^2} \left[R_1(s, t) p_y(t) - i R_2(s, t) p_x(t) \right] dt = \\ & = \frac{\pi \Psi R_\infty (2\beta i - s)}{2ch(\pi\beta) \sqrt{1 - s^2}} \left(\frac{1 - s}{1 + s} \right)^{-i\beta} \end{aligned} \quad (16)$$

Неизвестные функции $p_{x,y}(s)$ связаны с усилиями в связях $q_{x,y}(s)$ выражением (6). В уравнении (16) для задачи 1 ($k = 1$) и задачи 2 ($k = 2$):

$$R_1(s, t) = (2 - k)s + (k - 1)t, \quad R_2(s, t) = (2 - k)t + (k - 1)s, \quad R_\infty = (\sigma_0(2 - k) + i\tau_0(k - 1))/\Sigma$$

Параметр Ψ в уравнении (16) характеризует относительную жесткость связей в концевой области трещины (отношение жесткости связей в концевой области трещины E_b/H к жесткости участка соединения материалов без трещины):

$$\Psi = \frac{AE_b \ell}{2\pi H}, \quad A = \left(\frac{k_1 + 1}{\mu_1} + \frac{k_2 + 1}{\mu_2} \right) \quad (17)$$

Уравнение (16) представляют собой нелинейную систему СИДУ второго рода типа Фредгольма с сингулярным ядром. После решения уравнения (16) относительно неизвестных функций $p_{y,x}(s)$ компоненты усилий и раскрытия трещины в концевой области определяются с использованием выражений (6), (7) и (8).

В п. 2.1.2. получены развернутые выражения для компонент раскрытия трещины вне зоны связей и напряжений на границе соединения материалов за вершиной трещины, при действии нормальных и касательных внешних нагрузок.

Раскрытие берегов трещины $\Delta u(x_0) = \Delta u_y(x_0) - i\Delta u_x(x_0)$ вне концевой области ($0 \leq x_0 < \ell - d$) может быть получено после решения уравнения (16) интегрированием выражения:

$$\Delta u(x_0) = u_\infty(x_0) + \int_{x_0}^{\ell} \frac{\partial u_Q(x)}{\partial x} dx. \quad (18)$$

Здесь $u_\infty(x)$ - раскрытие трещины без связей под действием внешних однородных растягивающих (σ_0) и сдвиговых (τ_0) напряжений.

Напряжения на границе соединения материалов σ_{yy} , σ_{xy} на продолжении трещины ($|x| > \ell$), при действии внешних нагрузок σ_0 , τ_0 и наличии связей между берегами трещины, определяются выражением:

$$\sigma_{yy}(x) + i\sigma_{xy}(x) = (\sigma_{yy}^{ext}(x) + \sigma_{yy}^{int}(x)) + i(\sigma_{xy}^{ext}(x) + \sigma_{xy}^{int}(x)). \quad (19)$$

Здесь σ_{yy}^{ext} , σ_{xy}^{ext} - напряжения на продолжении трещины от действия внешних нагрузок, приложенных на удаленной границе, σ_{yy}^{int} , σ_{xy}^{int} - напряжения на продолжении трещины, вызванные усилиями в связях в концевой области трещины.

В п. 2.1.3. рассмотрена методика вычисления КИН для одиночной прямолинейной трещины на границе соединения различных материалов при нагружении на удаленной границе нормальными σ_0 (задача 1) и касательными τ_0 (задача 2) напряжениями и с учетом приложенных к берегам трещины усилий, вызванных присутствием связей. Для прямолинейной трещины, расположенной на границе соединения материалов, значения КИН $K_{I,II}$ определяются при $r_0 = 2\ell$ (см. выражение (4)), исходя из распределений напряжений на продолжении трещины, а напряжения на продолжении трещины, при наличии связей в концевой области трещины, определяются выражением (19). Суммарный КИН от действия внешних нагрузок и усилий в связях определяется выражением (5). При действии только внешних растягивающих и сдвиговых нагрузок из выражения (4) при $r_0 = 2\ell$ следует известный результат:

$$K_I^{ext} + iK_{II}^{ext} = (\sigma_0 + i\tau_0)(1 + 2i\beta) \sqrt{\pi \ell}, \quad (20)$$

Выражение для КИН, вызванных напряжениями на берегах трещины от действия связей, полученные с учетом представления для усилий в концевой области трещины (6) и условий симметрии (14) и (15) для задач 1 и 2 (подробные выкладки приведены в Приложении к диссертации), имеет вид:

$$K_I^{int} + iK_{II}^{int} = -2\Sigma \frac{ch(\pi\beta)}{\sqrt{\pi\ell}} \sqrt{\frac{\ell}{\pi}} \int_{1-\frac{d}{\ell}}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} (F_1 p_y(t) + iF_2 p_x(t)) dt, \quad (21)$$

где параметры Σ и $F_{1,2}$ для задач 1 ($k = 1$) и 2 ($k = 2$) определяются как

$$\Sigma = \sqrt{\sigma_0^2 + \tau_0^2}, \quad F_1 = (2 - k) + (k - 1)t, \quad F_2 = (2 - k)t + (k - 1)$$

Подстановка выражений (20) и (21) в соотношение (5) позволяет получить выражения для КИН при действии внешних нагрузок и усилий в связях.

Наличие связей в концевой области трещины приводит к снижению КИН и, следовательно, “упрочнению”, зависящему от размера концевой области и свойств связей. В качестве характеристики такого упрочнения используются относительные значения КИН и модуля КИН (коэффициенты упрочнения):

$$K_{r,I}(d/\ell) + iK_{r,II}(d/\ell) = K_I/K_I^{ext} + iK_{II}/K_{II}^{ext}, \quad K_r(d/\ell) = K_0/K_0^{ext}, \quad (22)$$

где K_0 - модуль КИН при наличии связей в концевой области трещины, а K_0^{ext} - модуль КИН от действия внешних нагрузок:

$$K_0 = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}, \quad K_0^{ext} = \sqrt{\pi\ell(\sigma_0^2 + \tau_0^2)(1 + 4\beta^2)} \quad (23)$$

Усилия в концевой области трещины и значения КИН вычисляются для задач 1 и 2 независимо и, при совместном действии нормальных σ_0 и касательных τ_0 напряжений, итоговые значения КИН определяются суммированием.

В разделе 2.2. разработана методика численного решения системы СИДУ для связей в концевой области трещины с нелинейной диаграммой деформирования и с учетом термофлуктуационной кинетики распада связей. Для численного решения системы СИДУ (16) при нелинейном законе деформирования связей в концевой области трещины используется итерационная схема, аналогичная методу упругих решений, в форме метода переменных параметров упругости.

В п. 2.2.1. рассмотрена коллокационная схема численного решения с кусочно-квадратичной аппроксимацией неизвестных функций, используемая на каждой итерации решения системы (16). Для дискретизации системы уравнений на отрезке, содержащем связи в концевой области трещины, размещаются точки коллокации (узлы), каждые последовательные три узла рассматриваются как одномерный квадратичный изопараметрический конечный элемент (КЭ). Неизвестные функции аппроксимируются разложением по кусочно-непрерывным квадратичным полиномам. Аналогичные представления используются также для аппроксимации функций $\gamma_{1,2}(s, \sigma)$ и вычисления координат произвольной точки на КЭ. Производные неизвестных функций в СИДУ также представляются с использованием разложения по кусочно-квадратичным полиномам на КЭ. Обходя последовательно узловые точки и выполняя интегрирование на КЭ (методика интегрирования описана в Приложении к диссертации), из системы (16) получаем нелинейную систему алгебраических уравнений для определения неизвестных задачи.

В п. 2.2.2. рассмотрен метод переменных параметров упругости для итерационного решения системы (16), реализованный в форме метода касательной податливости. Первый шаг итерационного процесса состоит в решении системы (16) для линейно-упругих связей. На каждой последующей итерации выполняется решение системы (16) для квазиупругих связей с эффективной податливостью, переменной вдоль концевой области трещины и зависящей от величины модуля вектора усилий в связях, полученного на предыдущем шаге решения. Вычисление эффективной податливости выполняется подобно определению секущего модуля в методе переменных параметров упругости.

Начальная податливость связей может быть постоянной вдоль концевой области трещины, но после начала итерационного процесса податливость связей изменяется вдоль концевой области и зависит от формы кривой деформирования связей. Итерационный процесс заканчивается, когда усилия в связях, полученные на двух последовательных итерациях, мало отличаются друг от друга.

В п. 2.2.3. рассмотрена шаговая по времени схема решения СИДУ при анализе кинетики связей в концевой области трещины, на границе соединения материалов, основанная на следующих допущениях (одноосное растяжение, рассматривается половина трещины, $0 \leq x \leq \ell$): **1)** на границе соединения материалов в момент времени $t = 0$ существует начальная область ослабленных адгезионных связей длины ℓ , которая рассматривается как дефект-трещина с концевой областью длины $d(0) \leq \ell$; **2)** плотность связей $n(x, t)$ в концевой области трещины зависит от времени и механических нагрузок, согласно соотношению (10); **3)** формирование части трещины, свободной от связей, на краю зоны ослабленных связей происходит при снижении средней плотности связей до предельного значения на участке концевой области размера $\ell_f \leq d(0)$, примыкающем к ее краю. При выполнении этого условия полагается, что на участке длины ℓ_f произошла полная деструкция связей и исходная трещина длины ℓ имеет концевую область длины $d(t_f) = d(0) - \ell_f$, примыкающую к ее вершине, а размер зоны, свободной от связей, равен $\ell - d(0) + \ell_f$. Здесь t_f - время формирования зоны, свободной от связей (время зарождения дефекта).

Формирование части трещины без связей выполняется за M_f шагов, с шагом приращения длины трещины (сокращения концевой области), равным $\Delta \ell_f = \ell_f / M_f$. На каждом шаге приращения длины трещины реализуется шаговая по времени схема численного решения СИДУ для трещины с концевой областью. Полагаем, что первый шаг по времени для каждой длины концевой области трещины соответствует начальному моменту времени ($t = 0$). Начальная плотность связей вдоль концевой области трещины на каждом шаге сокращения ее длины полагается постоянной и равной средней плотности связей вдоль концевой области трещины, полученной на предыдущем шаге формирования трещины без связей. Изменение податливости связей вдоль концевой области трещины учитывается, исходя из соотношения (11).

На каждом шаге формирования зоны длины $\Delta \ell_f$, свободной от связей, выполняется m шагов по времени, длительность одного шага по времени составляет $\Delta t = t_f / m$. Окончание расчета по времени на каждом шаге сокращения длины концевой области выполняется при выполнении одного из условий: снижения относительной плотности связей до предельного значения на участке длины $\Delta \ell_f$ или на краю концевой области, либо достижении предельной вытяжки связей на краю концевой области.

В п. 2.2.4. выполнено сопоставление результатов, полученных в работе, с известными численно-аналитическими и асимптотическими решениями, а также с данными экспериментальных исследований. Установлено удовле-

творительное согласование результатов, полученных на основе численного решения СИДУ (16), и известных расчетных и экспериментальных данных.

В разделе 2.3. рассмотрено применение метода граничных интегральных уравнений (ГИУ) для исследования напряженно-деформированного состояния в областях конечного размера с трещинами.

В п. 2.3.1. приведена постановка задач теплопроводности и термоупругости в кусочно-однородных структурах (рис.5) при наличии трещин на границах соединения материалов и использовании метода ГИУ в прямой формулировке с фундаментальным решением Кельвина. Учитывается взаимодействие берегов трещин при наличии подкрепляющих волокон-связей в композиционных материалах или слоя адгезива. Взаимодействие берегов трещин моделируется распределенными усилиями или набором сосредоточенных поверхностных сил, приложенных к берегам трещины в концевой области и зависящих от раскрытия трещины. Для моделирования криволинейных трещин и трещин на границах соединения материалов конструкция разделяется на подобласти, для каждой из которых записывается ГИУ. Полагается, что на участках идеального контакта подобластей выполняются условия непрерывности для перемещений $u_i^k(q) = u_i^n(q)$ и равновесия для усилий $t_i^k(q) = -t_i^n(q)$, где k и n - номера соседних подобластей, q - точка на границе подобласти. На участках границ подобластей, содержащих трещины со свободными от связей берегами, перемещения в каждой подобласти рассматриваются как независимые переменные. Дополнительные условия вводятся при наличии связей между берегами в концевой области трещины (обобщенный закон деформирования связей)

$$t_i(q) = \kappa_i(q, \sigma) \Delta u_i(q), \quad \Delta u_i(q) = u_i^k - u_i^n, \quad \kappa_i(q, \sigma) = \gamma_i(q, \sigma) E_b / H, \quad (24)$$

Здесь $i = 1, 2, 3$ соответствует нормальному и касательным к плоскости трещины направлениям, $t_i(q)$ и $\Delta u_i(q)$ - компоненты вектора усилий и раскрытия трещины в локальной системе координат, $\kappa_i(q, \sigma)$ - жесткость связей в концевой области трещины, зависящая от положения точки q на концевой области трещины и напряжения в связи σ , $\gamma_i(q, \sigma)$ - безразмерные функции, определяющие зависимость жесткости связей от положения вдоль концевой области, параметры H и E_b определены при описании выражения (8).

В п. 2.3.2. и п. 2.3.3. описана методика численного решения ГИУ. Используются изопараметрические квадратичные граничные элементы с числом узлов $m^2 - 1$ ($m = 2, 3$ для двумерной и пространственных задач, соответственно). Вблизи вершины (фронта) трещины используются сингулярные граничные элементы, учитывающие асимптотическое поведение перемещений и поверхностных усилий. Получены формулы для вычисления модуля КИН по перемещениям и усилиям вблизи края трещины. Дискретизация границ подобластей и аппроксимация переменных позволяет заменить вычисление интегралов в ГИУ по всей поверхности подобласти суммой интегралов по совокупности граничных элементов, представляющих поверхность подобласти,

и получить дискретное представление ГИУ. При вычислении интегралов учитывается сингулярное поведение фундаментальных решений ГИУ. В каждой узловой точке границы подобласти, не контактирующей с другими подобластями, имеется $2m$ переменных – m перемещений и m поверхностных усилий. В корректно поставленной задаче m переменных определяется из граничных условий задачи и решение ГИУ позволяет найти m неизвестных задачи. На участках соединения двух подобластей в каждой узловой точке имеем $4m$ переменных, из которых $2m$ определяются из решения ГИУ, а $2m$ исключаются с использованием условий непрерывности и равновесия или закона деформирования связей (24). В последнем случае, для трещин со связями, расположенных на границе подобластей, в качестве неизвестных, определяемых из решения ГИУ, выбираются перемещения берегов трещины. Учет граничных условий на внешних частях подобластей и дополнительных условий (24) позволяет получить из системы дискретных ГИУ для всех подобластей конструкции систему линейных алгебраических уравнений для определения узловых неизвестных задачи. Рассмотрен пример формирования итоговых матричных уравнений для случая двух подобластей с трещиной со связями в концевой области на границе соединения подобластей.

В разделе 2.4. выполнено сопоставление численных результатов, полученных методом СИДУ для трещины со связями, расположенной на границе соединения двух полуплоскостей из различных материалов и результатов, полученных с использованием метода ГИУ. Рассмотрена задача об одноосном растяжении плоскости с центральной прямолинейной трещиной, расположенной на границе соединения различных материалов. При решении задачи методом ГИУ рассматривалась конечная пластина с размерами $W/\ell = 10$ (W – половина ширины составной пластины). Ввиду симметрии задачи моделировалась только 1/2 часть пластины. Расчет выполнялся с учетом условий совместности деформаций между подобластями в поперечном к направлению растяжения направлении. Сопоставление результатов расчетов методами СИДУ и ГИУ выполнено при следующих параметрах модели: коэффициенты Пуассона материалов $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, модуль упругости связей $E_b = E_2$, состояние плоской деформации. Закон деформации связей принимался в форме (24), полагалось, что жесткости связей по направлениям осей координат одинаковы и $\gamma_{1,2} \equiv 1$. При решении методом СИДУ дискретизация выполнялась только вдоль концевой области трещины, а при использовании метода ГИУ дискретизация выполнялась вдоль всей границы каждой подобласти.

В п. 2.4.1. приведены результаты сопоставления: а) раскрытия трещины вдоль всей её длины; б) касательных и нормальных усилий в связях; в) напряжений на границе соединения материалов вблизи вершины трещины. Получено хорошее согласование результатов расчетов обоими методами. Касательная и нормальная составляющие раскрытия трещины, полученные методами СИДУ и ГИУ ($E_1/E_2 = 50$) для различных размеров концевой области трещины, приведены на рис.6а,б. Нормировка выполнена величиной раскрытия при од-

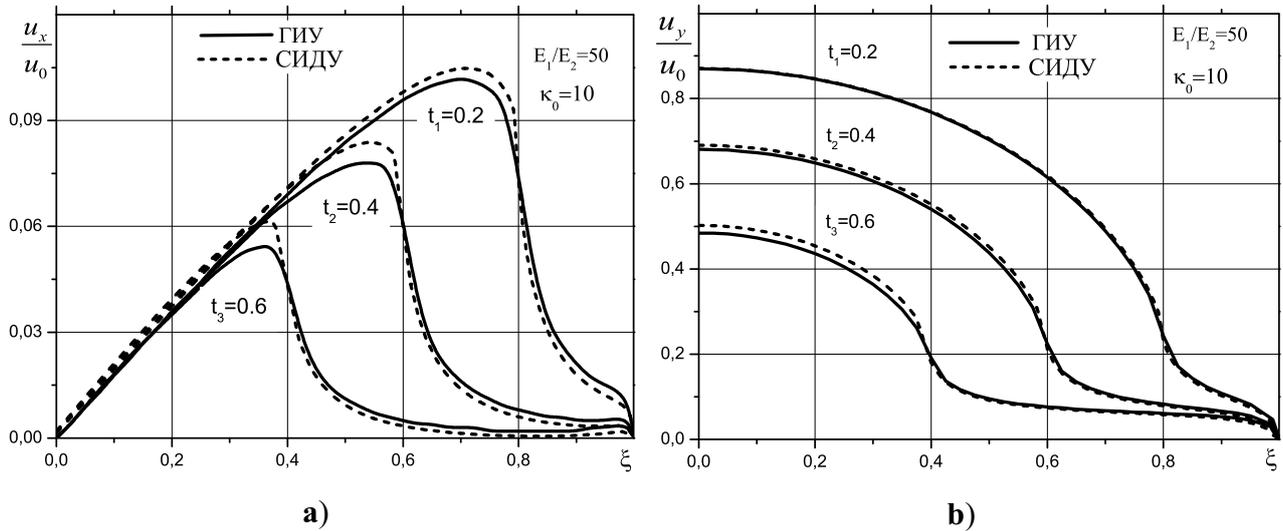


Рис. 6. (а) - Касательная и (б) - нормальная составляющие раскрытия трещины со связями в концевой области. Расчет методами ГИУ и СИДУ, $t_i = d_i/\ell$ ($i = 1, 2, 3$), $\xi = x/\ell$

носом растяжении в центре трещины без связей, расположенной на границе соединения материалов. Результаты расчетов обоими методами практически совпадают. Незначительное отличие наблюдается для касательной составляющей раскрытия трещины. Это связано с тем, что максимальные значения нормальной и касательной составляющих раскрытия трещины отличаются почти на порядок и погрешность при расчете малых величин в методе ГИУ возрастает. Отметим также, что компоненты раскрытия вдоль всей длины трещины при использовании метода ГИУ получаются непосредственно из решения задачи, тогда как при решении методом СИДУ для определения раскрытия трещины вне концевой области требуются дополнительные вычисления.

В п. 2.4.2. выполнено сопоставление усилий в связях, напряжений на границе соединения материалов за вершиной трещины и модуля КИН. Во всех случаях обнаружено хорошее соответствие результатов расчетов обоими методами.

В третьей главе приведены результаты решения ряда новых задач для трещин с концевой областью на границе соединения материалов, полученные методами СИДУ и ГИУ. Задачи для трещин с концевой областью на границе соединения материалов являются многопараметрическими. При линейно-упругом законе деформирования связей и заданном относительном размере концевой области d/ℓ распределение напряжений вдоль концевой области трещины определяется параметрами β (см. (4)) и Ψ (см.(17)), содержащими все основные характеристики рассматриваемой модели. Для связей в концевой области трещины с нелинейной диаграммой деформирования решение СИДУ зависит, помимо указанных выше параметров, от формы кривой деформирования связей, а также величины внешней нагрузки. Приведенные в главе результаты получены при следующих исходных данных: модули упругости $E_1 = 135$ ГПа (металл), $E_2 = 25$ ГПа (полимер), коэффициенты Пуассона материалов $\nu_1 = \nu_2 = 0.35$, модуль упругости связей полагался равным модулю упругости одного из материалов ($E_b = E_2$). Податливости связей в нормаль-

ном и касательном направлениях полагались, если специально не указано, равными и постоянными вдоль концевой области трещины: $\gamma_{1,2} = 1$, см. (8).

В разделе 3.1. Для прямолинейной трещины с линейно-упругими связями методом СИДУ выполнен анализ модели трещины со связями в концевой области, на границе соединения материалов. Решение СИДУ (16) исследовано при различных размерах концевой области трещины, упругих постоянных материалов, параметрах связей, а также разных соотношениях внешних нормальных и сдвиговых напряжений.

Для оценки влияния механических свойств соединенных материалов и связей в концевой области трещины, содержащихся в параметре Ψ (см. (17)), выделен ряд безразмерных комплексов, определяющих решение СИДУ для трещины с линейно-упругими связями в концевой области, на границе соединения материалов: при заданных значениях упругих постоянных материалов подобластей и связей, распределение напряжений зависит только от величины относительной податливости связей $c_0 = H/\ell$; при постоянной относительной податливости связей, распределение напряжений зависит от соотношения податливостей (8) $c_y/c_x = \gamma_1/\gamma_2$, а также от формы функциональных зависимостей $\gamma_{1,2}(s)$. Существенно влияет на решение задачи относительная жесткость соединенных материалов E_1/E_2 , а также величина биупругой постоянной материалов β .

В п. 3.1.1. выполнено исследование влияния величины относительной податливости связей на напряженно-деформированное состояние в концевой области трещины, при действии внешней нагрузки σ_0 , нормальной к плоскости трещины. Изучены распределения нормальной и касательной составляющих раскрытия трещины и усилий в связях, возникающие при действии нормальных внешних нагрузок. Установлено, что нормальное раскрытие в центре трещины примерно на порядок превышает максимальное раскрытие в касательном направлении. При постоянной вдоль концевой области податливости связей, усилия в связях всегда максимальны на краю области при $s = d/\ell$, причем этот максимум достигает абсолютного значения при определенной величине параметра $s_m = d_m/\ell$. При снижении относительной податливости связей, положение абсолютного максимума усилий смещается в сторону меньших значений s_m , а его величина возрастает. Характер изменения касательных усилий вдоль концевой области подобен изменению нормальных усилий, но абсолютные значения этой составляющей усилий существенно ниже, а максимальные значения достигаются при меньших размерах концевой области. Зависимости модуля вектора усилий в связях на краю концевой области трещины (фактически, это коэффициенты концентрации напряжений (ККН) на крайней связи) от относительного размера концевой области при различных значениях параметра $c_0 = H/\ell$ приведены на рис. 7 (нормировка величиной внешней нагрузки σ_0). При снижении относительной податливости связей ($H/\ell \rightarrow 0$, $\Psi \rightarrow \infty$), максимум усилий в связях достигается при меньших размерах концевой области трещины. При относительно мягких связях ($H/\ell \gg 1$)

максимум выражен незначительно и усилия на краю концевой области слабо изменяются при изменении ее размера. Ввиду прямой пропорционально-

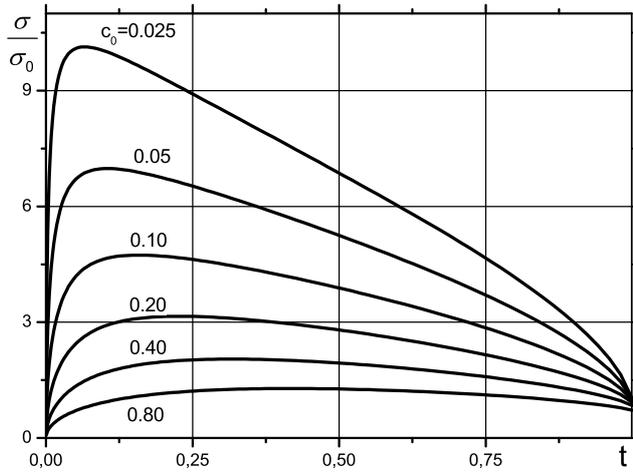


Рис. 7. Зависимость модуля вектора усилий в связях на краю концевой области от длины концевой трещины, $t = d/\ell$

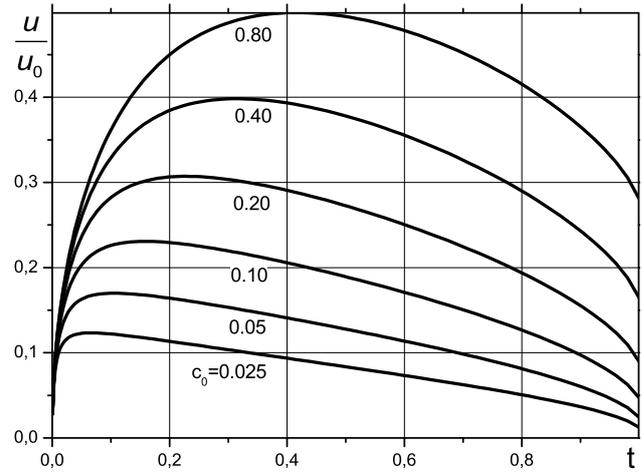


Рис. 8. Зависимость раскрытия трещины на краю концевой области от длины концевой трещины, $t = d/\ell$

сти между компонентами перемещений и усилий в концевой области трещины, распределения составляющих раскрытия трещины, при постоянной вдоль концевой области податливости связей, также имеют абсолютный максимум при определенном размере концевой области (см. рис. 8, нормировка величиной раскрытия в центре трещины длины 2ℓ при отсутствии связей). Этот размер концевой области, при котором достигается абсолютный максимум раскрытия трещины, совпадает с соответствующим значением для усилий, но при снижении относительной податливости связей его абсолютная величина уменьшается. При возрастании относительной податливости связей $H/\ell \gg 1$ (мягкие связи) положение максимума раскрытия трещины на краю концевой области смещается в сторону бóльших значений d/ℓ . Абсолютная величина максимального раскрытия при этом возрастает. Отметим, что на рис. 7-8 значение $t = d/\ell = 1$ соответствует центру трещины, полностью заполненной связями, а $t = 0$ - вершина трещины. Таким образом, при $H/\ell \gg 1$ положение максимума раскрытия смещается к центру трещины, $s_m \rightarrow 1$.

Зависимость значений ККН σ_m/σ_0 в точке абсолютного максимума (см. рис. 7) от величины параметра Ψ представлена на рис. 9. При $\Psi \rightarrow \infty$ (при постоянных упругих свойствах материала - за счет уменьшения относительной податливости связей, $H/\ell \rightarrow 0$) имеем $\sigma_m/\sigma_0 \rightarrow \infty$. На рис. 10 приведена зависимость от параметра Ψ относительного размера концевой области d_m/ℓ , при котором достигается абсолютный максимум модуля вектора усилий в связях. Увеличение параметра Ψ приводит к смещению положения максимума к вершине трещины, $d_m/\ell \rightarrow 0$.

Установлены зависимости, аппроксимирующие с большой точностью результаты расчетов, приведенные на рис. 9 и рис. 10:

$$\sigma_m/\sigma_0 \sim \sqrt{2\Psi}, \quad d_m/\ell \sim 0.5/\sqrt{\Psi}, \quad (25)$$

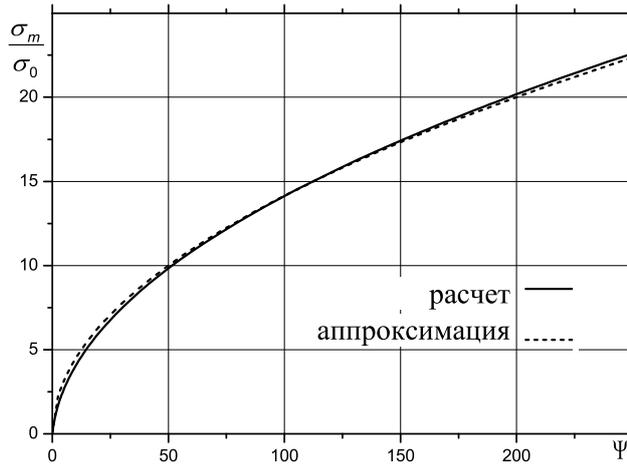


Рис. 9. Максимальные значения модуля вектора усилий в связях, см. (25)

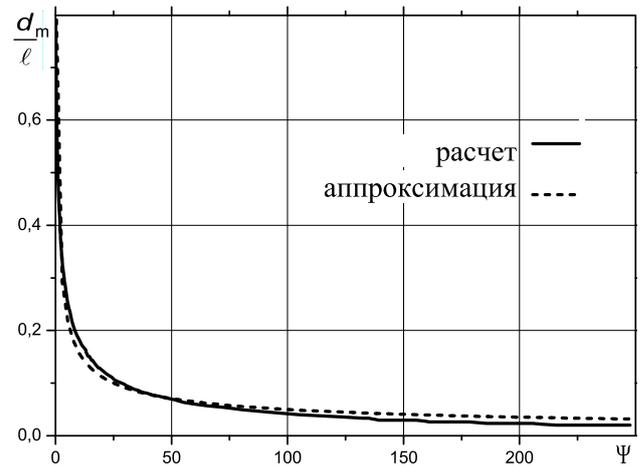


Рис. 10. Относительный размер концевой области, при котором достигается максимум модуля вектора усилий в связях, см. (25)

которые позволяют выполнять аналитические оценки напряженности связей в концевой области трещины.

Изменение упругих свойств материалов приводит не только к изменению параметра Ψ , но и к изменению биупругой постоянной β . Для анализа влияния величины параметра β на распределение усилий в связях проведены расчеты при фиксированном значении параметра Ψ . Записывая выражение (17) для состояния плоской деформации и $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, получаем:

$$\Psi = 4E_b \ell (1 - \nu^2) (1/E_1 + 1/E_2) / \pi H, \quad (26)$$

расчет при $E_1 = E_2 = E_b$ и $H/\ell = 0.1$ дает $\Psi = 80(1 - \nu^2)/\pi$. Далее, изменяем отношение модулей упругости материалов так, чтобы значение параметра Ψ оставалось постоянным, при заданных коэффициенте Пуассона ν и модуле упругости связей E_b . Пусть относительная жесткость материалов $\theta = E_1/E_2$, где E_1, E_2 - новые значения модулей упругости материалов, тогда, при заданном значении θ , новые значения E_1 и E_2 определяются так

$$E_1 = 0.5E_b(1 + \theta), \quad E_2 = 0.5E_b(1 + \theta)/\theta \quad (27)$$

Такой выбор модулей упругости материалов сохраняет величину параметра Ψ постоянной. Полагая $\nu_1 = \nu_2 = 0$, (при таком выборе коэффициентов Пуассона зависимость от параметра β проявляется наиболее сильно), имеем $\Psi = 80/\pi \approx 25.465$. Анализ численных результатов позволил установить, что при увеличении относительной жесткости материалов θ ($1 \leq \theta \leq 1000$) происходит перераспределение компонент усилий: касательные усилия в связях существенно возрастают, а нормальные снижаются. При $\theta \rightarrow \infty$ ($\beta \rightarrow 0.175$) нормальные и касательные компоненты усилий сравнимы по величине, а их относительные изменения незначительны. Исследованы эффекты, связанные с изменением коэффициентов Пуассона материалов, а также с изменением податливости связей в нормальном и касательном направлениях и вдоль концевой области трещины.

В п. 3.1.2. исследованы эффекты, связанные с совместным действием нормальных и сдвиговых нагрузок. При совместном приложении нормальной

и сдвиговой внешних нагрузок возможно, ввиду различных деформационных характеристик связей при растяжении и сжатии, существование концевых областей различного размера, примыкающих к вершинам трещины. Несимметричное распределение усилий в связях определяет также различные режимы разрушения вблизи вершин трещин.

В разделе 3.2. приведены результаты исследования влияния начальной податливости связей, параметров нелинейной части кривой деформирования связей, размера концевой области трещины и величины внешней нагрузки на сходимость итерационного процесса решения нелинейной системы СИДУ. Приведены результаты параметрического анализа напряженного состояния в концевой области трещины, на границе соединения материалов, позволяющие выделить эффекты, связанные с нелинейностью деформирования связей. Расчеты выполнены с использованием феноменологических кривых деформирования связей, рассмотренных в подразделе диссертации 1.3.3. Отметим, что, при рассмотрении связей с нелинейной диаграммой деформирования, задача об определении напряжений в связях становится, в отличие от случая линейно-упругих связей, масштабно-зависимой. Полученные результаты могут быть полезны (несмотря на ограниченную возможность переноса решения нелинейных задач на другие масштабы) при разработке методик решения задач в рамках модели трещины со связями методами конечных и граничных элементов.

В п. 3.2.1. для билинейного закона деформирования связей выполнен анализ влияния величины податливости связей на участке упругого деформирования на решение нелинейной задачи. Увеличение внешней нагрузки при постоянной податливости приводит к возрастанию числа итераций до достижения сходимости, причем максимум наблюдается при бóльшем размере концевой области, хотя параметры кривой деформирования не изменяются. Это связано с тем, что при относительно малых внешних нагрузках заметное нелинейное деформирование связей реализуется при малых размерах концевой области, когда наблюдается наибольшая концентрация напряжений (рис. 7). При возрастании внешней нагрузки диапазон концевых областей трещины, для которых возможно нелинейное деформирование, заметно увеличивается. Бóльшему размеру концевой области соответствует бóльшая зона нелинейного деформирования и, соответственно, бóльшее число итераций до достижения сходимости.

При увеличении внешней нагрузки и сохранении параметров кривой деформирования связей возможно существование диапазона значений концевых областей, в которых решение нелинейной задачи отсутствует ввиду того, что перемещения на краю концевой области превышают критическую величину еще до достижения сходимости итерационного процесса. Исследовано также влияние формы нелинейной части кривой деформирования связей на скорость сходимости численного решения и на диапазон размеров концевых областей, для которых существует решение, при наличии нелинейных связей в концевой

области трещины. Рассмотрен случай "сверхупрочнения" связей (увеличения жесткости на нелинейной части кривой деформирования).

В п. 3.2.2. исследовано влияние параметров кривой деформирования связей на напряженно-деформированное состояние в концевой области трещины со связями с нелинейной диаграммой деформирования. В частности, установлено, что наибольшее разупрочнение, приводящее к снижению напряжений, происходит при использовании кривой деформирования связей с вогнутой нелинейной ветвью.

В разделе 3.3. представлены результаты решения ряда новых задач для трещин со связями в концевой области, на границе соединения материалов, включая криволинейные, полученные методом ГИУ для областей конечного размера, иллюстрирующие возможности разработанной методики численного решения ГИУ и её программной реализации.

В п. 3.3.1. рассмотрена задача о дуговой трещине со связями в концевой области на границе включения и матрицы с учетом сингулярности напряжений в вершине трещины. Полагается, что между включением и пластиной (матрицей) существует зона ослабленных адгезионных связей в форме дуги окружности, которая рассматривается в рамках расчетной схемы метода ГИУ как трещина, полностью или частично заполненная связями и расположенная симметрично относительно направления приложения растягивающей нагрузки. Исследовано распределение модуля вектора усилий в связях вдоль концевой области дуговой трещины на границе соединения матрицы и включения. Модуль вектора усилий достигает максимального значения на краю концевой области, причем при определенном размере концевой области этот максимум достигает абсолютного значения, как и для прямолинейной трещины в пластине. Установлено, что при возрастании относительной жесткости включения E_1/E_2 модуль КИН также увеличивается, и влияние жесткости связей на величину модуля КИН проявляется сильнее. Значительное изменение модуля КИН происходит при относительно мягких связях, а при увеличении жесткости связей происходит стабилизация экранирующего влияния связей. Этот эффект более заметен в случае однородного тела или "мягкого" включения ($E_1/E_2 < 1$).

В п. 3.3.2. рассмотрены задачи о взаимодействии трещин с препятствиями и границами раздела сред, возникающие при исследовании торможения трещин и управления их движением. Выполнена серия расчетов для модели торможения трещины со связями в концевой области слоем материала с другими механическими свойствами. Исследованы зависимости КИН в вершине трещины, заполненной связями, от относительной жесткости дополнительного слоя E_2/E_1 . Увеличение жесткости слоя приводит к значительному снижению КИН, при $E_2/E_1 \sim 10$ экранирующий эффект слоя стабилизируется. С приближением вершины трещины к поверхности слоя его экранирующий эффект усиливается. Установлено, что заполнение трещины связями является более эффективным способом торможения трещины, чем использование жестких

накладок.

В качестве примера влияния нестационарных температурных полей на КИН для трещины со связями в концевой области рассмотрена задача для полосы с двумя краевыми трещинами, заполненными связями. В начальный момент времени пластина имеет постоянную температуру. Начиная с момента времени $t > 0$, боковые поверхности пластины поддерживаются при температуре, меньшей начальной (граничные условия, соответствующие термическому удару). Нестационарное температурное поле является причиной возникновения в пластине нормальных напряжений, раскрывающих трещину. Наличие связей между берегами трещины сдерживает её раскрытие при термической нагрузке. Выполнено параметрическое исследование влияния жесткости связей в концевой области трещины на величину КИН. Наблюдается существенно нелинейный эффект влияния увеличения жесткости связей на термический КИН.

В п. 3.3.3. приведены результаты исследования напряженного состояния при наличии криволинейных трещин и участков неидеального соединения материалов, расположенных за вершиной трещины (обобщенная задача для модели Прандтля). При выполнении вычислений полагалось, что модуль упругости связей в концевой области трещины и на участке соединения материалов без трещины равен модулю упругости материала второй подобласти ($E_b = E_2$). Задача об одноосном растяжении пластины с центральной прямолинейной трещиной и неидеальном соединении материалов вне трещины рассмотрена в двух вариантах постановки: **1)** трещина свободна от связей; **2)** трещина заполнена связями. В первом случае установлено, что относительное смещение подобластей при малой жесткости связей сопоставимо с раскрытием трещины при идеальном соединении материалов, а при увеличении жесткости связей относительное смещение подобластей малое. При увеличении жесткости связей распределение напряжений стремится к соответствующему распределению при идеальном соединении подобластей. Этот результат качественно согласуется с известной асимптотической оценкой (Ентов, Салганик, МГТ, №6, 1968). Во втором случае трещина заполнена связями, а участок границы подобластей является участком неидеального соединения материалов. Распределение напряжений вдоль концевой области и участка соединения подобластей является существенно неоднородным. Задача об одноосном растяжении пластины с круговым включением рассмотрена также в двух вариантах постановки при наличии свободной от связей трещины между включением и матрицей: **1)** между подобластями вне трещины - идеальный контакт; **2)** между подобластями вне трещины - условия неидеального соединения. В последнем случае полагается, что между включением и пластиной (матрицей) существует трещина, занимающая часть дуги окружности, а также зона ослабленных адгезионных связей в форме дуги окружности, которая рассматривается в рамках расчетной схемы метода ГИУ как расположенная симметрично относительно направления приложения растягивающей нагруз-

ки зона неидеального соединения подобластей. Исследованы распределения перемещений вдоль оси ОУ точек на границах подобластей для случаев идеального и неидеального соединений и отмечены характерные отличия в деформировании при различных условиях на стыках подобластей. При наличии неидеального контакта между подобластями наблюдаются значительные зоны сжатия по окружности включения. При увеличении жесткости связей смещение участка неидеального соединения уменьшается, и при большой жесткости связей на этом участке соединение можно рассматривать как идеальное.

В четвертой главе для исследования предельного равновесия трещины с концевой областью на границе соединения материалов разработан обобщенный вариант критерия разрушения с энергетическим условием продвижения вершины трещины, основанным на равенстве скорости высвобождения энергии деформации в вершине трещины и скорости потребления энергии деформации связями в концевой области трещины. Для определения продвижения края концевой области трещины используется условие критического раскрытия на краю концевой области трещины.

В разделе 4.1. формулируются основные положения обобщенного нелокального критерия разрушения для пространственного тела с трещиной, с учетом граничных условий на поверхности тела и взаимодействия поверхностей в концевой области трещины. Получено энергетическое условие предельного равновесия трещины при малом приращении ее размера (площади, длины) - необходимое условие критерия разрушения. Достижение раскрытия трещины на краю концевой области критического значения является достаточным условием критерия разрушения. Совместное решение уравнений, соответствующих этим двум условиям, позволяет при заданных размерах трещины и характеристиках связей определить два основных параметра - критическую внешнюю нагрузку и размер концевой области в состоянии предельного равновесия трещины.

В п. 4.1.1. рассмотрено применение предложенного критерия разрушения в случае одноосного растяжения двумерной области, содержащей прямолинейную трещину, расположенную перпендикулярно направлению приложения нагрузки на границе соединения полуплоскостей с различными механическими свойствами. Для прямолинейной трещины, расположенной на отрезке $|x| \leq \ell$, $y = 0$, с концевыми областями размера $d = d_1 = d_2$ (рис.4) уравнения нелокального критерия разрушения имеют вид:

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial \ell} = \frac{\partial U}{b \partial \ell} + G_m, \quad u(\ell - d) = u_{cr}, \quad (28)$$

где Π - потенциальная энергия упругого тела, U - энергия деформации связей в концевой области трещины, b - толщина тела, G_m - поверхностная энергия материала матрицы, $u(\ell - d)$ - раскрытие трещины на краю концевой области, u_{cr} - критическое раскрытие на краю концевой области (предельная длина связи).

Вводятся следующие обозначения:

$$G_{tip}(d, \ell) = -\frac{\partial \Pi}{\partial \ell}, \quad G_{bond}(d, \ell) = \frac{\partial U}{b \partial \ell} + G_m \quad (29)$$

Здесь - $G_{tip}(d, \ell)$ - скорость высвобождения энергии деформации, $G_{bond}(d, \ell)$ - скорость потребления энергии деформации связями в концевой области трещины. Влияние связей выражается в приложении нагрузок к берегам трещины в концевой области, и выражение для скорости высвобождения энергии деформации для трещины, расположенной на границе соединения различных материалов, остается справедливым и в этом случае:

$$G_{tip}(d, \ell) = A(K_I^2 + K_{II}^2)/[16 ch(\pi\beta)], \quad (30)$$

где параметр A определен в (17). Выражение для скорости потребления энергии деформации связями, полученное с учетом изменения размера концевой области трещины при разрыве связей на краю концевой области и одновременного продвижении вершины трещины при ее росте, имеет вид:

$$G_{bond}(d, \ell) = \int_{\ell-d}^{\ell} \left(\frac{\partial u_y(x)}{\partial \ell} q_y(u) + \frac{\partial u_x(x)}{\partial \ell} q_x(u) \right) dx - G_b + G_m, \quad G_b = \int_0^{\delta_{cr}} \sigma(u) du \quad (31)$$

Величина G_b в (31) представляет собой плотность энергии деформации, выделяющейся при разрыве связей на краю концевой области. Из совместного решения двух уравнений (28) можно определить размер концевой области d_{cr} и критическое внешнее напряжение σ_{cr} в состоянии предельного равновесия трещины. Скорость потребления энергии деформации $G_{bond}(d_{cr}, \ell)$, полученная из совместного решения уравнений (28), является энергетической характеристикой сопротивления адгезионному разрушению, $G_{cr} = G_{bond}(d_{cr}, \ell)$, причем эта величина не остается постоянной при изменении длины трещины.

Два типа соединений материалов рассматриваются при использовании критерия (28): **а)** композиционные материалы с подкрепляющими волокнами или частицами; **б)** адгезионные соединения материалов. Параметр G_m в этих случаях определяется так:

$$G_m = \begin{cases} 2c_m \gamma_m + 2c_f \Gamma_f & \text{(а)} \\ \eta G_b & \text{(б)}, \end{cases} \quad (32)$$

где для случая а) где $c_m = 1 - c_f$, c_f - удельная концентрация волокон в композите, γ_m - удельная поверхностная энергия материала матрицы, Γ_f - удельная энергия деформации волокон у края трещины (полагаем, что эта величина включает также удельную работу при возможности вытягивания волокон из матрицы); б) параметр $\eta \geq 0$ представляет собой относительную трещиностойкость соединения материалов на продолжении трещины.

Для однородного материала или адгезионного слоя, соединяющего разные материалы, полагаем, что законы деформирования связей в концевой области трещины и на ее продолжении одинаковы ($\eta = 1$), т.е.

$$G_m = G_b = \int_0^{\delta_{cr}} \sigma(u) du \quad (33)$$

Случай $\eta > 1$ соответствует наличию дополнительных механизмов подкрепления в адгезионном слое за вершиной трещины, а случай $0 \leq \eta < 1$ соответствует “слабому” интерфейсу, причем $\eta = 0$ соответствует случаю “идеально слабого” интерфейса.

В п. 4.1.2. рассмотрены режимы квазистатического роста трещин со связями в концевой области по границе соединения материалов. При монотонном нагружении тела, для заданных начальных размеров трещины и ее концевой области, выделяются режимы равновесия и квазистатического роста трещины:

1. Продвижение вершины трещины с одновременным возрастанием длины концевой области трещины без разрыва связей происходит при выполнении условий

$$G_{\text{tip}}(d, \ell) \geq G_{\text{bond}}(d, \ell), \quad u(\ell - d) < u_{cr} \quad (34)$$

2. Разрыв связей на краю концевой области трещины без продвижения вершины трещины происходит при выполнении условий

$$G_{\text{tip}}(d, \ell) < G_{\text{bond}}(d, \ell), \quad u(\ell - d) \geq u_{cr} \quad (35)$$

Размер концевой области трещины в этом случае сокращается, стремясь к предельному значению для данного уровня нагрузки.

Указанные два этапа роста трещины можно рассматривать как процессы приспособляемости трещины к заданному уровню внешних нагрузок (докритический рост трещины).

3. Продвижение вершины трещины с одновременным разрывом связей на краю концевой области происходит при одновременном выполнении условий (знаки равенства соответствуют квазистатическому росту трещины):

$$G_{\text{tip}}(d, \ell) \geq G_{\text{bond}}(d, \ell), \quad u(\ell - d) \geq u_{cr} \quad (36)$$

В рамках рассматриваемой модели положение концевой области и вершины трещины не меняется при одновременном выполнении второго из условий (34) и первого условия (35).

В п. 4.1.3. рассмотрен предельный случай трещины с малой концевой областью на границе соединения материалов. Показано, что в этом случае модуль КИН равен нулю для материалов с малой трещиностойкостью. Таким образом, условие, которое является исходным положением в моделях когезионного типа, является следствием энергетического условия разрушения при малом размере концевой области и пренебрежении собственной трещиностойкостью материала.

В разделе 4.2. выполнен анализ применения нелокального критерия разрушения для случая постоянных напряжений в связях для прямолинейной трещины в однородном теле. Получены аналитические выражения для скоростей высвобождения энергии деформации и потребления деформации связями. С использованием полученных соотношений исследованы режимы роста трещины.

В п. 4.2.1. и п. 4.1.2. исследованы режимы докритического развития трещины из начального разреза, свободного от связей, и из начального дефекта, заполненного связями. В последнем случае вводится критическая длина

начального дефекта. Если размер начального дефекта меньше критической длины, то увеличение внешней нагрузки приводит к началу продвижения вершины дефекта-трещины без разрыва связей с последующим переходом к квазистатическому росту трещины с разрывом связей. Если же размер начального дефекта больше критической длины, то, при возрастании внешней нагрузки, начинается разрыв связей в центре трещины, а затем, при достижении критического размера концевой области, происходит переход к квазистатическому росту трещины.

В п. 4.2.3. детально исследован случай квазистатического роста трещины при произвольном размере концевой области. Получено аналитическое выражение для длины концевой области трещины в состоянии предельного равновесия, а также уравнение для определения критической длины трещины при её росте из начального дефекта с концевой областью, меньшей критической.

В разделе 4.3. рассматривается анализ предельных случаев для трещины с малой концевой областью, а также выполнено сопоставление предложенного критерия разрушения и известного силового критерия разрушения.

В п. 4.3.1. выполнен анализ варианта модели когезионного типа (случай "идеально слабого" интерфейса). Получены кривые докритического роста трещины при постоянных напряжениях в связях.

В п. 4.3.2. для нелокального критерия разрушения, предложенного в диссертации, получены асимптотические выражения в случае трещины с малой концевой областью. Показано, что, при малом размере концевой области трещины, размер и форма концевой области не изменяются при росте трещины, и в этом случае выполняется условие автономности концевой области трещины. Для случая малой трещиностойкости материала матрицы показано, что предложенный критерий разрушения приводит к выражению, которое является исходным моделям в когезионного типа, и, соответственно, в этом случае суммарный КИН равен нулю.

В п. 4.3.3. для задачи с постоянными напряжениями в концевой области трещины выполнен сравнительный анализ предложенного нелокального критерия разрушения (далее - энергетический критерий) и нелокального критерия разрушения с силовым условием роста трещины (далее - силовой критерий). Зависимости отношений максимальных критических внешних нагрузок $\sigma_{cr}^e/\sigma_{cr}^f$ и размеров концевых областей трещины в состоянии предельного равновесия d_{cr}^e/d_{cr}^f , полученных по обоим рассматриваемым критериям (индексы f и e соответствуют силовому и энергетическому критериям), от относительной трещиностойкости материала η , приведены на рис. 11. Различие между указанными параметрами уменьшается при $\eta \rightarrow \infty$, когда вклад связей в трещиностойкость мал. Зависимости относительного размера концевой области трещины в состоянии предельного равновесия от длины части трещины, не занятой связями $\lambda_0 = (\ell_{cr} - d_{cr})/d_0$, приведены на рис. 12 (d_0 - предельный размер концевой области при использовании когезионной модели с постоянными усилиями в связях). Заметное различие наблюдается для относительно

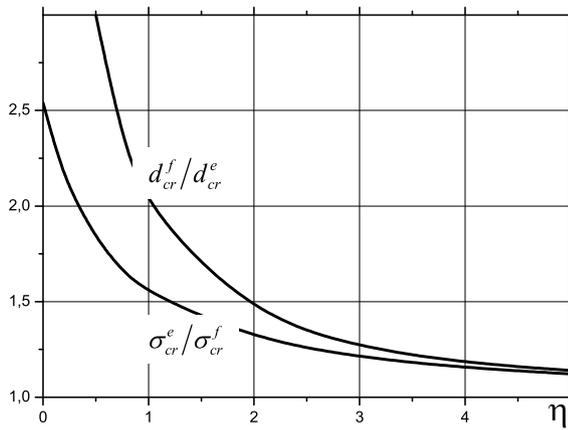


Рис. 11. Энергетический и силовой критерии: зависимости отношений критических параметров в состоянии предельного равновесия трещины

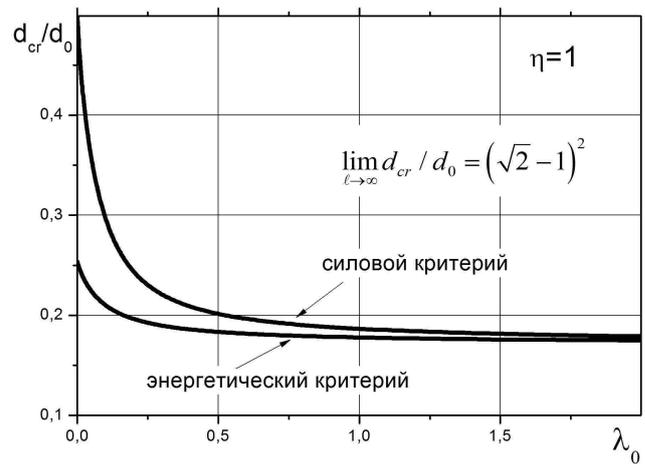


Рис. 12. Сравнение энергетического и силового критериев; зависимость размера концевой области от длины части трещины без связей

коротких трещин, меньшее значение размера концевой области в случае использования энергетического критерия связано с учетом потребления энергии связями. Ввиду этого предельное равновесие трещины при заданной нагрузке может быть обеспечено при более короткой концевой области трещины. При использовании обоих критериев разрушения критический размер концевой области уменьшается при увеличении длины трещины, причем при $\ell \rightarrow \infty$ обе зависимости стремятся к общему предельному значению размера концевой области.

Пятая глава посвящена анализу энергетических характеристик концевой области трещины, исследованию эффектов упрочнения, вызванных присутствием связей в концевой области трещины, на границе соединения материалов, а также исследованию влияния кинетики связей в концевой области трещины на характеристики трещиностойкости.

В разделе 5.1. рассмотрено влияние механических свойств материалов и связей на КИН и энергетические характеристики трещины с концевой областью. Взаимодействие между поверхностями трещины, вызванное присутствием связей, сдерживает раскрытие трещины и приводит к снижению КИН. Относительное изменение КИН позволяет оценить эффективность связей в концевой области трещины (эффект упрочнения связями).

В п. 5.1.1. исследовано влияние механических свойств материалов и связей в концевой области трещины на КИН. На рис. 13 представлены зависимости относительного модуля КИН $K_r = K_0 / K_0^{ext}$ и относительного КИН для сдвиговых деформаций $K_{r,II} = K_{II} / K_{II}^{ext}$ (коэффициент упрочнения в касательном направлении) от размера концевой области трещины при различных значениях относительной податливости связей c_0 . При уменьшении податливости связей модуль КИН существенно снижается, причем при малых значениях податливостей связей имеется зона слабого изменения коэффициента упрочнения, и размер этой зоны возрастает при снижении податливости связей (см.рис. 13а). Значения относительного КИН для сдвиговых деформаций

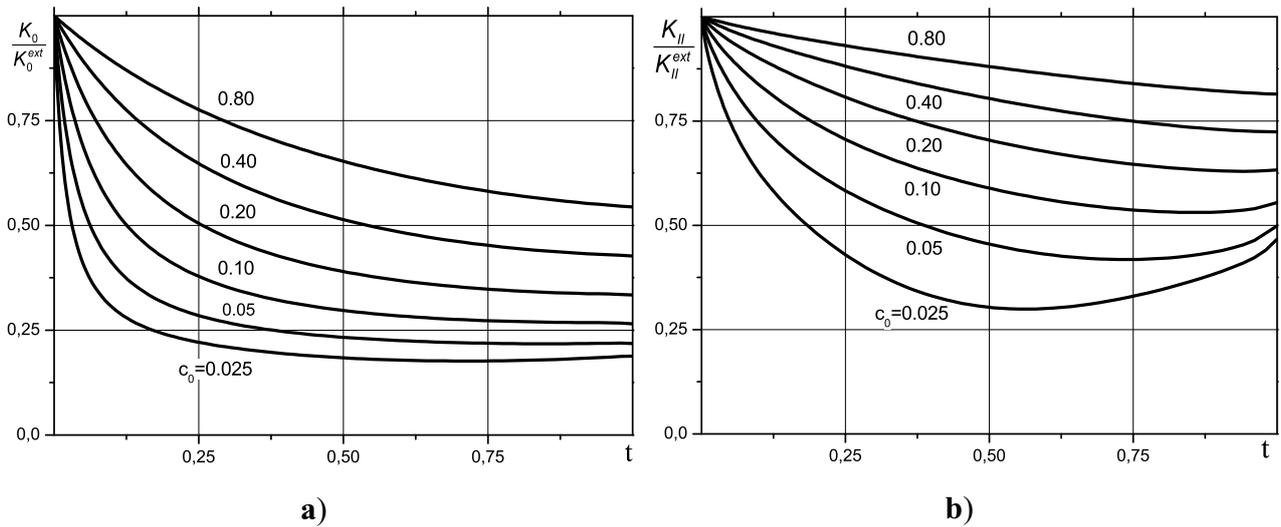


Рис. 13. **(а)**- Модуль КИН с учетом связей; **(б)** - коэффициент упрочнения в касательном направлении, c_0 - относительная податливость связей, $t = d/\ell$

также снижаются при уменьшении податливости связей (см.рис. 13б). При снижении податливости связей эти зависимости имеют минимум, положение которого смещается в сторону вершины трещины при снижении податливостей связей. Заметим, что положение минимума коэффициента упрочнения для сдвиговых деформаций примерно совпадает с началом зоны слабого изменения модуля КИН (см. рис. 13а). Коэффициенты упрочнения на рис. 13 имеют одинаковый порядок величины, что обусловлено выбором нормировки. Исследованы также зависимости относительного модуля КИН и относительного КИН для сдвиговых деформаций от: относительной жесткости связей в логарифмическом масштабе; величины коэффициентов Пуассона и относительной жесткости материалов. Рассмотрено влияние соотношения податливости связей $c_x/c_y = \gamma_2/\gamma_1$ по направлениям осей координат. Показано, что изменение податливости в касательном направлении слабо влияет на величину КИН K_I , но заметно влияет на величину КИН K_{II} . При увеличении податливости в касательном направлении КИН K_{II} заметно снижается при относительно короткой концевой области. Влияние на величину коэффициентов упрочнения изменения податливости связей вдоль концевой области трещины рассмотрено в предположении, что податливости одинаковы в касательном и нормальном направлениях. Возрастание податливости приводит к уменьшению коэффициента упрочнения, причем этот эффект является более существенным при малом размере концевой области. Приложение растягивающих и сдвиговых нагрузок к области с прямолинейной трещиной на границе соединения материалов приводит к различным значениям КИН K_I и K_{II} для вершин трещины 1 ($x > 0$) и 2 ($x < 0$). В случае преобладания вблизи одной из вершин сдвиговых деформаций возможно образование зон сжатия на части трещины.

Рассмотрено влияние формы кривой деформирования связей на величину КИН. Установлено, что уменьшение параметра разупрочнения кривой деформирования связей приводит к снижению уровня напряженности связей в концевой области и увеличению коэффициента упрочнения связями K_r .

В п. 5.1.2. исследовано влияние механических свойств материалов и связей в концевой области трещины на энергетические характеристики концевой области $G_{tip}(d, \ell)$ и $G_{bond}(d, \ell)$. Зависимость скорости высвобождения энергии деформации от длины концевой области трещины аналогична соответствующей зависимости модуля КИН (см. рис. 13а). Выражение для вычисления скорости потребления энергии деформации связями в случае прямолинейной трещины, расположенной на границе двух упругих полупространств ($k=1,2$, по повторяющимся индексам выполняется суммирование) получено для закона деформирования связей в форме (7) и учета условия (33):

$$G_{bond}(d, \ell) = \frac{H(\sigma_0^2 + \tau_0^2)}{E_b} \int_{1-d/\ell}^1 \left(\gamma_k(s)q_k^2(s) - s\gamma_k(s)q_k(s)\frac{dq_k(s)}{ds} - sq_k^2(s)\frac{d\gamma_k(s)}{ds} \right) ds.$$

Установлено, что скорость потребления энергии деформации связями достигает максимального значения при определенной величине размера концевой области трещины. Исследованы зависимости скорости поглощения энергии деформации связями от соотношения модулей упругости и коэффициентов Пуассона материалов с использованием выражений (26)-(27). Исследовано влияние соотношения податливости связей по направлениям осей координат и влияние изменения податливости связей вдоль концевой области трещины на величину скорости поглощения энергии деформации связями в предположении, что податливости одинаковы в касательном и нормальном направлениях. Рассмотрено влияние формы кривой деформирования связей на величину скорости поглощения энергии деформации связями.

В разделе 5.2. разработана методика применения нелокального критерия формирования и развития трещин со связями в концевой области, а также приведены результаты анализа трещиностойкости соединений материалов при различных законах деформирования связей в концевой области трещины.

В п. 5.2.1. рассмотрена методика оценки параметров докритического развития и предельного равновесия трещины с квазилинейными связями в концевой области трещины, на границе соединения полуплоскостей из различных материалов, при использовании нелокального критерия разрушения, состоящая из: **1)** определения усилий в связях и раскрытия в концевой области трещины на каждом шаге приращения длины трещины или её концевой области; **2)** проверки выполнения условий (34)-(36), определения режима развития трещины и приращения длины трещины или её концевой области.

При квазистатическом развитии трещины условия (36) являются системой уравнений, решение которой для линейно-упругих связей проводится в два этапа. На первом этапе выполняется совместное итерационное решение системы уравнений (16) и первого из уравнений (36). Из решения этой системы уравнений определяется относительная критическая длина концевой области трещины в состоянии предельного равновесия t_{cr} при заданных длине трещины, параметрах связей и материалов. Критическая длина концевой области для заданной длины трещины определяется как $d_{cr} = \ell t_{cr}$. Критическую

внешнюю нагрузку σ_{cr} находим из решения второго уравнения нелокального критерия разрушения (36). Зависимости параметров разрушения от длины трещины получаются в результате решения системы уравнений (16) и (36) для последовательности возрастающих длин трещин. Для связей с нелинейной диаграммой деформирования необходимо выполнение итерационного решения системы (36) с изменением уровня внешней нагрузки и проверкой выполнения условия достижения предельного раскрытия на краю концевой области. В качестве первого приближения принимается решение для линейно-упругих связей и выполняется итерационное решение первого уравнения системы (36) с проверкой достижения критического раскрытия на краю концевой области. Рассмотрены различные варианты решения системы уравнений (36) для случаев линейно-упругих и нелинейных связей с постоянной или изменяющейся вдоль концевой области податливостью. Применение нелокального критерия разрушения для расчета критического размера концевой области трещины и критической внешней нагрузки в состоянии предельного равновесия иллюстрирует рис. 14a,b. Решение для $c_0 = 0.25$ первого из уравнений в (36) при постоянной вдоль концевой области трещины податливости представлено на рис. 14a, где положение точки пересечения графиков функций $G_{tip}(d, \ell)$ и $G_{bond}(d, \ell)$, нормированных величиной скорости высвобождения упругой энергии при отсутствии связей, соответствует критическому значению относительной длины концевой области $t_{cr} = d_{cr}/\ell \approx 0.105$. Критическая внешняя нагрузка σ_{cr} , соответствующая найденному значению t_{cr} и раскрытию на краю концевой области $u = u_{cr}$, определяется из решения второго уравнения в (36). Это решение иллюстрируется на рис. 14b, где значению t_{cr} , полученному из решения системы уравнений (36), соответствует положение точки пересечения (точка **A**) прямой $u = u_{cr}$ и зависимости раскрытия трещины на краю концевой области ($x = \ell - d_{cr}$) от длины концевой области при внешней нагрузке, равной критической ($\sigma_0 = \sigma_{cr}$). Второе решение (точка **B** на рис. 14b) не согласуется с первым условием в (36) и, следовательно, не определяет состояния предельного равновесия концевой области и вершины трещины.

В п. 5.2.2. рассмотрены примеры моделирования трещиностойкости соединений материалов для связей в концевой области трещины с линейно-упругим законом деформирования. Получены зависимости: относительной длины концевой области трещины в состоянии предельного равновесия от относительной жесткости связей; критической внешней нагрузки, соответствующей началу квазистатического роста трещины, от длины трещины; энергетической характеристики сопротивления адгезионному разрушению от относительной жесткости связей. Значительное изменение критического размера концевой области наблюдается для относительно мягких связей. Размер концевой области трещины стремится к постоянной величине, при увеличении относительной жесткости связей. Исследовано влияние относительной жесткости материалов на величину критического размера концевой области. Рассмотрен процесс развития начальной трещины из зоны, заполненной линейно-упругими связя-

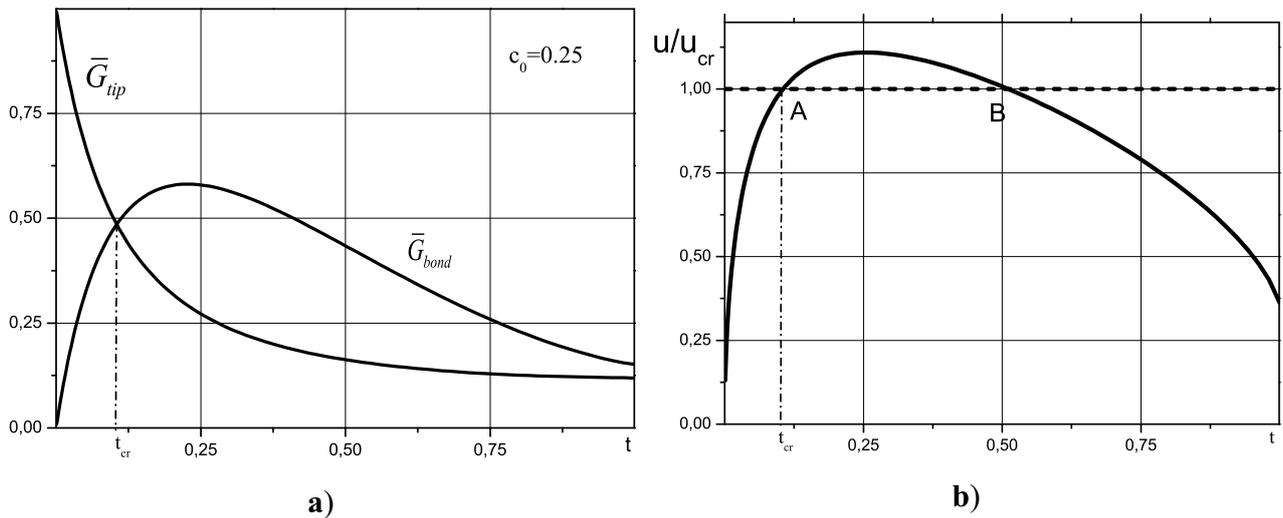


Рис. 14. Расчет параметров нелокального критерия разрушения для линейно-упругих связей, $t = d/\ell$. **а)**: Скорость высвобождения энергии деформации и скорость потребления энергии связями, существование решения уравнений (36), $t_{cr} = d_{cr}/\ell$ - длина концевой области в состоянии предельного равновесия; **б)**: Раскрытие трещины на краю концевой области, условия критического раскрытия выполняется в точке **A**; точка **B** - недопустимый корень

ми. При монотонном увеличении внешней нагрузки выполняется условие (35) ($d = \ell$) и процесс разрушения начинается с разрыва связей в центре трещины с сокращением размера концевой области до критического и выполнения условия перехода к квазистатическому росту трещины. Получены зависимости критической внешней нагрузки от длины части трещины, свободной от связей, а также кривые, описывающие докритический рост трещины. Исследовано влияние изменения вдоль концевой области трещины относительной податливости линейно-упругих связей на параметры, характеризующие предельное равновесие трещины. Выполнено сопоставление расчетных результатов, полученных в данной работе при использовании нелокального критерия разрушения для трещин со связями в концевой области, и опубликованных результатов расчетно-экспериментальных исследований для нанокompозита, состоящего из керамической матрицы, подкрепленной многостенными углеродными нанотрубками, расположенными в гексагональном порядке и ориентированными вдоль выделенного направления. Получено удовлетворительно согласование с экспериментальными результатами.

В п. 5.2.3. исследуются эффекты, возникающие при наличии в концевой области трещины связей с нелинейной диаграммой деформирования. Получены зависимости критического размера концевой области трещины и энергетических параметров разрушения от длины трещины для билинейной кривой деформирования связей. Установлено, что, при нелинейном законе деформирования связей, критический размер концевой области примерно на 30% превышает величину, соответствующую линейно-упругому закону деформирования связей. Величина критической внешней нагрузки при нелинейном законе деформирования связей примерно на 15% меньше критической нагрузки при линейно упругих связях в концевой области трещины. Влияние степени полимеризации на трещиностойкость соединений полимеров исследована с ис-

пользованием методики получения кривых деформирования связей в адгезионном слое между различными материалами и при наличии полимера-усилителя адгезии (см. подраздел 1.3.1.). Установлено, что при возрастании степени полимеризации критический размер концевой области трещины уменьшается, что связано увеличением жесткости связей. Внешняя критическая нагрузка и адгезионная энергия разрушения в состоянии предельного равновесия линейно возрастают при увеличении степени полимеризации, что качественно согласуется с опубликованными результатами.

В разделе 5.3. представлены примеры использования кинетической модели термофлуктуационного разрушения в сочетании с моделью концевой области трещины для анализа формирования дефектов на границе соединения материалов. Внешняя нагрузка полагалась неизменной во времени. Долговечность связей в концевой области трещины определялась с учетом неоднородного распределения напряжений в концевой области трещины.

В п. 5.3.1. применение методики расчета кинетики связей в концевой области трещины, основанной на термофлуктуационной модели разрушения, рассмотрено на примере трещины, заполненной связями (зоны ослабленных связей на границе соединения материалов). Расчеты выполнены для соединения материалов, типичных для изделий микроэлектроники: один из материалов – металл (сплав на основе меди), а другой - полимер на основе эпоксидной смолы. Закон деформирования связей в процессе расчетов полагался линейно-упругим с податливостью, постоянной вдоль зоны ослабленных связей в начальный момент времени. Предельное значение плотности связей на участке образования начального дефекта полагалось равным $n_{cr} = 0.1n_0$ (n_0 - начальная плотность связей). Внешняя растягивающая нагрузка σ_0 полагалась неизменной во времени. Расчет кинетических параметров модели и напряженно-деформированного состояния в концевой области трещины выполнен в соответствии с алгоритмом, изложенным подразделе 2.2.3. При использовании критерия предельной плотности связей полагается, что это условие выполняется на участке длиной $\ell_f = 0.1\ell$, примыкающем к краю концевой области трещины. Получены распределения относительной плотности связей на участке $0 \leq t \leq x/\ell$ в процессе формирования дефекта-трещины, свободной от связей, и после окончания расчета при различных внешних нагрузках $\sigma_0 = 20; 40; 60$ МПа. Плотность связей слабо меняется большую часть времени и значительно уменьшается на последних шагах по времени. Соответственно с изменением плотности связей, податливость связей значительно возрастает на последних шагах по времени.

Распад связей в концевой области трещины приводит к увеличению податливости связей и снижению усилий в связях (релаксации напряжений). Возрастание начальной относительной податливости связей в концевой области трещины приводит к снижению усилий в связях. При неизменной внешней нагрузке это приводит к увеличению времени распада связей до выполнения критериального условия и расширению части концевой области трещины, в

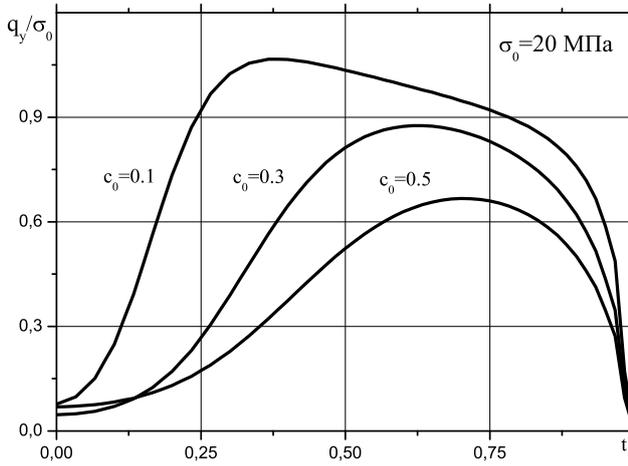


Рис. 15. Релаксация напряжений в концевой области трещины при различной начальной податливости связей, $d = \ell$, $t = x/\ell$

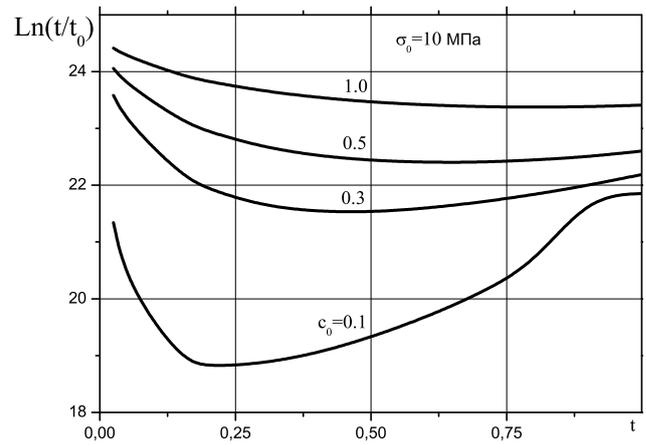


Рис. 16. Зависимость времени образования начального дефекта от длины концевой области трещины при начале расчета, $t = d/\ell$

которой происходит существенная деградация связей и релаксация напряжений (см. рис.15).

В п. 5.3.2. исследован процесс формирования трещин из зоны ослабленных связей на границе соединения материалов. Методические расчеты выполнены в предположении, что соединение материалов образовано парой металл-полимер. Время образования начального дефекта полагалось равным времени формирования части трещины длины ℓ_f , свободной от связей, на краю зоны ослабленных связей, $|x| \leq \ell$. При этом длина концевой области трещины сокращается и становится равной $d_1 = d - \ell_f$. Зависимости времени образования начального дефекта ($t_0 = 1c$) от размера концевой области трещины при различных значениях начальной относительной податливости связей ($\sigma_0 = 10$ МПа) приведены на рис. 16. При каждом значении относительной длины концевой области d/ℓ размер зоны, свободной от связей, полагался равным $\ell_f = 0.1d$ и рассматривался как один шаг приращения длины дефекта. Ход кривых на рис. 16 соответствует зависимостям на рис. 7: а) для концевых областей с бóльшим коэффициентом концентрации напряжений время образования начального дефекта меньше; б) увеличение начальной податливости связей (что также можно рассматривать как уменьшение модуля упругости одного из материалов или как уменьшение модуля упругости связей) и соответствующее этому уменьшение напряженности связей, приводит к увеличению долговечности соединения. Отметим, что изменение начальной податливости связей от $c_0 = 0.1$ до $c_0 = 0.3$ приводит к увеличению долговечности соединения более чем на порядок. Различие значений времен образования начального дефекта минимально при $d/\ell = 1$, так как распределения усилий вдоль трещины, заполненной связями, слабо изменяются при изменении относительной податливости связей. Исследовано изменение кинетических параметров концевой области трещины в процессе формирования начального дефекта для $d/\ell = 0.25$ при $0.1 \leq c_0 \leq 0.3$, что соответствует зоне относительно высокой напряженности связей (см. рис. 7). Получены зависи-

мости изменения во времени на краю концевой области трещины функций, характеризующих кинетику связей: относительной плотности связей; модуля вектора усилий и модуля КИН.

Исследована зависимость времени образования начального дефекта от величины приложенного напряжения σ_0 , $10 \text{ МПа} \leq \sigma_0 \leq 70 \text{ МПа}$. В указанном диапазоне нагрузок полученная зависимость качественно согласуется с известными результатами, полученными для макроскопических образцов. Экстраполяция результатов в предположении, что зависимость является линейной в логарифмическом масштабе, позволяет получить оценку внешнего напряжения, соответствующего быстрому разрушению, $\sigma_0 \approx 150 \text{ МПа}$ при $T = 400 \text{ К}$. Получены зависимости скорости роста части трещины, свободной от связей от относительной длины этой части трещины.

Методика, основанная на исследовании термофлуктуационного распада связей в концевой области трещины, использована для анализа развития магистральной трещины в пористом материале. В рамках кинетической модели полагается: **1)** в пористом материале, ввиду неоднородного распределения пор, имеется зона повышенной пористости; **2)** зона повышенной пористости рассматривается как зона ослабленных связей в материале и моделируется трещиной, заполненной связями, плотность которых, ввиду их термофлуктуационного распада, уменьшается со временем под действием внешней нагрузки; **3)** процесс развития трещины состоит из двух этапов: а) кинетического формирования начальной трещины-дефекта, свободной от связей, (зоны с разрушенным межпоровым пространством) с одновременным ростом пористости в остальной части зоны ослабленных связей (этот этап определяет долговечность пористой структуры); б) квазистатического роста трещины с концевой областью (зоной повышенной пористости). Расчеты выполнены на примере пористого кремния. В качестве первого приближения использовался линейный закон уменьшения начальной плотности связей при увеличении пористости ослабленной зоны. Установлено, что долговечность пористой структуры (время образования начального дефекта, свободного от связей) экспоненциально уменьшается при возрастании пористости. При малых значениях начальной пористости долговечность больше и, соответственно, на большей части зоны происходит заметная деструкция связей и снижение их долговечности, а также релаксация напряжений в концевой области. В таком случае возможно быстрое разрушение после исчерпания ресурса пористой структуры. При больших значениях начальной пористости долговечность структуры существенно меньше, но деструкция связей и сопутствующие процессы охватывают только малую часть зоны ослабленных связей. В этом случае до наступления быстрого разрушения возможен этап докритического и квазистатического роста трещины.

В п. 5.3.3. термофлуктуационная модель разрушения используется для анализа разупрочнения нанокпозиционных материалов. Приведены результаты расчетов с учетом кинетики связей на границе раздела нанотрубка - полимер, выполненных с целью исследования влияния функционализации по-

верхности нанотрубок на долговечность соединения. Расчеты выполнены для нанокomпозиционного материала с наполнителем в виде углеродных нанотрубок в предположении, что зона ослабленных связей расположена на границе соединения нанотрубки и матрицы, а размер зоны ослабленных связей принимается равным средней длине непрерывного участка нанотрубки в композите. Для моделирования влияния функционализации поверхности нанотрубок на параметры длительной прочности нанокomпозита расчеты выполнялись при различных значениях модуля упругости промежуточного слоя между нанотрубкой и матрицей. Установлено, что возрастание жесткости связей приводит в заметному увеличению долговечности соединения. Увеличение долговечности при возрастании жесткости связей вызвано уменьшением работы по деформированию связи для более жестких связей. Этот эффект проявляется при рассмотрении начальной зоны ослабленных связей как трещины с концевой областью, заполненной связями. Ввиду сильной зависимости расчетных параметров от исходных данных (что связано с экспоненциальной зависимостью долговечности в формуле (9)), практический интерес при использовании этой методики представляет сравнительный анализ соединений различных материалов при соответствующих условиях нагружения.

Все результаты расчетов, приведенные в диссертации, получены с использованием разработанных автором компьютерных программ для решения сингулярных интегро-дифференциальных и граничных интегральных уравнений с учетом нелинейных законов деформирования связей и кинетики связей в концевой области трещины.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

Цель проведенных исследований состояла в разработке моделей формирования и развития трещин по границам соединения материалов с учетом взаимосвязи нормальной и касательной мод деформирования и кинетики связей между материалами; в разработке методов расчета процессов разрушения кусочно-однородных изделий и конструкций, а также в решении новых задач механики разрушения для трещин со связями в концевой области на границе соединения материалов. В диссертации получены следующие результаты:

- ◆ На основе рассмотрения зоны процесса разрушения как концевой области трещины впервые разработаны модели формирования и развития трещин по границам соединения материалов, учитывающие взаимосвязь нормальной и касательной мод деформирования в концевой области трещины, а также кинетику адгезионных связей в рамках термофлуктуационной теории разрушения. Для адгезионных соединений полимеров, а также композиционных материалов, армированных волокнами, получены законы деформирования связей в концевой области трещины, основанные на микромеханических моделях; разработан метод оценки долговечности связей в концевой области трещины, основанный на термофлуктуационной теории разрушения.
- ◆ Разработаны методы решения задач механики разрушения для трещин на

границе соединения материалов с концевой областью, размер которой не является малым по сравнению с характерным размером трещины; получена новая система сингулярных интегро-дифференциальных уравнений для анализа напряженно-деформированного состояния в концевой области трещины, на границе соединения полуплоскостей из различных материалов, позволяющая определять нормальную и касательную составляющие усилий в связях при нелинейном законе деформирования связей и при учете термофлуктуационной кинетики связей; получены выражения для определения коэффициентов интенсивности напряжений с учетом усилий в связях, приложенных к берегам трещины в концевой области; для анализа напряженно-деформированного состояния тел конечного размера с криволинейными трещинами со связями в концевой области, на границе соединения материалов, разработана методика, основанная на методе граничных интегральных уравнений.

◆ Разработаны алгоритмы и компьютерные программы, реализующие численное решение сингулярных интегро-дифференциальных и граничных интегральных уравнений для изделий и конструкций, содержащих трещины с концевой областью на границе соединения материалов; выполнено численное исследование решения системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений для трещин с линейно-упругими и нелинейными связями в концевой области; методом граничных интегральных уравнений получены и исследованы решения новых задач механики разрушения для трещин со связями в концевой области на границе соединения материалов;

◆ Предложен новый вариант нелокального критерия разрушения, учитывающий работу по деформированию связей в концевой области трещины, позволяющий контролировать продвижение концевой области и вершины трещины; для формулировки критерия разрушения использованы энергетические характеристики трещины - скорость высвобождения энергии деформации и скорость потребления энергии деформации связями; исходя из двух условий разрушения (достаточного - энергетического и необходимого - кинематического), рассмотрены режимы докритического и квазистатического роста трещины; выполнен сравнительный теоретический анализ применения предложенного энергетического и известного силового критериев разрушения для задачи о квазистатическом росте трещины в однородном теле при действии внешней нагрузки нормальной плоскости трещины и постоянных усилиях в связях в концевой области трещины; предложен критерий формирования трещин в зоне ослабленных связей на границе соединения материалов, основанный на анализе кинетики связей.

◆ С использованием моделей трещины с концевой областью и разработанных автором методов расчета напряженно-деформированного состояния для кусочно-однородных изделий и конструкций с трещинами, выполнен анализ влияния механических свойств материалов и связей на коэффициенты интенсивности напряжений и энергетические характеристики трещины со связями в концевой области, на границе соединения материалов; рассмотрены эффекты

упрочнения материала связями; выполнен анализ трещиностойкости соединений материалов при линейно-упругом и нелинейном законах деформирования связей в концевой области трещины; исследован процесс формирования дефектов на границе соединения материалов при учете кинетики связей в концевой области трещины; установлено хорошее согласование результатов, полученных на основе разработанных автором методов расчета и критериев формирования и развития трещин с известными экспериментальными и расчетными данными.

Публикации по теме диссертации

- 1. Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Трещина на границе соединения материалов со связями между берегами // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 1. С. 94–112.**
- 2. Перельмутер М. Н. Критерий роста трещин со связями в концевой области // Прикладная математика и механика. 2007. Т. 71, № 1. С. 152–171.**
- 3. Дженна Ф., Перельмутер М. Н. Микромеханическое моделирование периодонтальной связки при растяжении и сдвиге: Нелинейные соотношения напряжение-деформация в замкнутой форме // Российский журнал биомеханики. 2007. Т. 11, № 2. С. 15–40.**
- 4. Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Моделирование трещиностойкости композиционных материалов // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2, № 2. С. 22–39.**
- 5. Перельмутер М. Н. Механическое моделирование адгезии нанотрубка–полимер // Наносистемы: физика, химия, математика. 2011. Т. 2, № 2. С. 119–125.**
- 6. Перельмутер М. Модели трещины с взаимодействием берегов для нанокompозитов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. С. 514–516.**
- 7. Перельмутер М. Н. Трещина на границе раздела материалов с нелинейными связями в концевой области // Прикладная математика и механика. 2011. Т. 75, № 1. С. 152–173.**
- 8. Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. О кинетике формирования и роста трещин на границе соединения материалов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2012. № 4. С. 32–49.**
- 9. Перельмутер М. Н. Анализ напряженного состояния в концевой области трещины на границе раздела материалов методом граничных**

элементов // **Вычислительная механика сплошных сред.** 2012. Т. 5, № 4. С. 415–426.

10. **Перельмутер М. Н. Трещина с взаимодействием берегов: нелинейные кривые деформирования связей и сходимость численного решения // Известия Тульского Государственного Университета, Естественные науки.** 2013. № 2-1. С. 96–108.
11. **Goldstein R., Perelmuter M. Modeling of Bonding at an Interface Crack // International Journal of Fracture.** 1999. Vol. 99, no 1-2. P. 53–79.
12. **Genna F., Perelmuter M. Speeding-up Finite Element analyses by replacing the linear equation solver with a Boundary Element code. Part 1: 2D linear elasticity // Computers & Structures.** 2010. Vol. 88, no. 13-14. P. 845 – 858.
13. **Perelmuter M. Boundary element analysis of structures with bridged interfacial cracks // Computational Mechanics.** 2013. Vol. 51, no 4. P. 523–534.
14. **Perelmuter M. Kinetics of interfacial crack bridged zone degradation // Journal of Physics: Conference Series.** 2013. Vol. 451, no 1. P. 012–020.
15. **Perelmuter M. Nonlocal criterion of bridged cracks growth: Weak interface // Journal of the European Ceramic Society.** 2014. Vol. 34, no. 11. P. 2789–2798.
16. **Perelmuter M. Modeling Formation and Growth of Cracks on the Material Interface // Procedia Materials Science.** 2014. Vol. 3, no. 1. P. 1075 – 1080.
17. **Perelmuter M. Nonlocal criterion of bridged cracks growth: analytical analysis // Acta Mechanica.** 2015. Vol. 226, no 2. P. 397–418.
18. **Goldstein R. V., Bakirov V. F., Osipenko N. M., Perelmuter M. N. Modeling of adhesion fracture energy of polymer-metal joint // Proceedings of the Institute of Physics and Technology of the Russian Academy of Sciences.** 1996. Vol. 11. P. 77–92.
19. **Goldstein R. V., Bakirov V. F., Perelmuter M. N. Modeling of the adhesion strength and fracture kinetics of the microelectronic package polymer-polymer joints // Proceedings of the Institute of Physics and Technology of the Russian Academy of Sciences.** 1997. Vol. 13. P. 115–125.
20. **Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Рост трещин по границе соединения материалов // Проблемы механики. Сб. статей к 90-летию со дня рождения А.Ю. Ишлинского. М: Физматлит, 2003. С. 221–238.**

21. Perelmuter M. Fracture Criterion for Cracks with Bridged Zone // IUTAM Symposium on Asymptotics, Singularities and Homogenisation in Problems of Mechanics / Ed. by A. Movchan. Springer Netherlands, 2004. Vol. 113 of Solid Mechanics and Its Applications. P. 261–270.
22. Перельмутер М. Н. Критерий роста трещин со связями в концевой области. Предельные случаи. // Актуальные проблемы механики. Механика деформируемого твердого тела. Сборник трудов. М: Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. – М.: Наука, 2009. С. 166–179.
23. Perelmuter M. Integro-Differential Equations for Stress Analysis in the Bridged Zone of Interface Cracks // Integral Methods in Science and Engineering / edited by C. Constanda, P. J. Harris. Birkhauser Boston, 2011. P. 287–298.
24. Перельмутер М. Н. Метод граничных интегральных уравнений в задачах о трещинах со взаимодействующими берегами // Развитие идей Л.А. Галина в механике / Под ред. И. Г. Горячевой. Ижевск. Регулярная и хаотическая динамика, 2012. С. 353–377.
25. Kuznetsov S. V., Kulikovski A. N., Perelmuter M. N. State of the art in the BEM applications to fracture mechanics of anisotropic media // Proceeding of the International Conference on Fracture (ICF8), Kiev (Ukraine). 1993. P. 373–380.
26. Perelmuter M. N., Grigoriev A. G. Analysis of composite bodies with stress concentration and interface cracks using the boundary element method // Proc. of ICCM/9, Composites Modelling and Processing Science / Ed. by A. Miravete. Vol. 3. Madrid, Spain: 1993. — 12-16 July. P. 71–78.
27. Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Трещина со связями в концевой зоне на границе раздела материалов и адгезионная энергия разрушения // Труды IX конференции по прочности и пластичности, Москва, ИПМех РАН. Т. 2. 1996. С. 78–85.
28. Perelmuter M. N. An interface crack with bonds under tension and shear loading // 6th Int. Conference on Biaxial / Multiaxial Fatigue and Fracture. Vol. 2. Portugal, Barselona: 2001. P. 1015–1022.
29. Perelmuter M. Growth of cracks bridged by nanofibers // 11th International Conference on Fracture. Vol. 5. Turin, Italy, March 20-25, 2005. P. 3854–3859.
30. Perelmuter M. Models of nanofibrous composite fracture toughness // 17th European Conference on Fracture / Ed. by J. Pokluda. Vol. 2. Brno, Czech Republic: Curran Associates, Inc., 2008. P. 1733–1740.
31. Perelmuter M. Bridged interface cracks under transient thermal loading // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. 2007. Vol. 7, no. 1. P. 4030033–4030034.

32. Perelmuter M. Analysis of cracks with bridged zone of large scale // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. 2008. Vol. 8, no. 1. P. 10231–10232.
33. Perelmuter M. Fracture modeling of interface junctions on the base of multiscale crack bridging concept // 12th International Conference on Fracture. Vol. 5. Ottawa, ON; Canada; July 12-17, 2009. P. 4112–4120.
34. Perelmuter M. Modeling degradation and self-healing of materials on the basis of the crack bridging approach // Proceedings of 3rd International Conference on Self-Healing Materials. Bath, UK: 2011. — 27-29 June. P. 158–159.
35. Perelmuter M. BEM analysis of structures with bridged cracks // Proceedings of the 8th UK Conference on Boundary Integral Methods / University of Leeds, UK. Leeds, UK: 2011. — 4-5th July. P. 215–222.
36. Perelmuter M. Boundary Element Analysis of Fibre-Reinforced Composites and Adhesion Joints with Bridged Cracks // Advances in Boundary Element and Meshless Techniques XV, Proceeding of BeTeq-2014, Published by EC Ltd. UK. 2014. P. 287–294.
37. Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Трещина со связями на границе раздела материалов // Препринт ИПМех РАН № 568. Москва. 1996. С. 72.
38. Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Трещина на границе раздела материалов с нелинейным взаимодействием берегов // Препринт ИПМех РАН № 619. Москва. 1998. С. 42.
39. Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Моделирование зарождения дефектов на границе раздела материалов // Препринт ИПМех РАН № 648. Москва. 1999. С. 20.
40. Перельмутер М. Н. Моделирование сдвиговой прочности нанокompозитов // Препринт ИПМех РАН № 769. Москва. 2004. С. 50.
41. Perelmuter M. N. Micromechanical model of the periodontal ligament // Preprint IPMech RAS № 756. Moscow. 2004. P. 48.
42. Перельмутер М. Н. Двухпараметрический критерий зарождения и роста трещин // Препринт ИПМех РАН № 777. Москва. 2005. С. 65.
43. Перельмутер М. Н. Интегрально-дифференциальные уравнения для трещин с нелинейным взаимодействием берегов. Анализ сходимости решения // Препринт ИПМех РАН № 903. Москва. 2010. С. 43.
44. Перельмутер М. Н. Решение задач для трещин со связями в концевой области на границе раздела материалов методом граничных интегральных уравнений // Препринт ИПМех РАН № 1015. Москва. 2012. С. 58.

Перельмутер Михаил Натанович

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ
ПО ГРАНИЦАМ СОЕДИНЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ**

01.02.04 - механика деформируемого твердого тела

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Подписано к печати 2015. Заказ №...-2015 Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе ИПМех РАН
119526, Москва, проспект Вернадского, д.101, корп.1