

На правах рукописи

Паршиков Анатолий Николаевич

**Численный метод SPH, использующий соотношения  
распада разрывов, и его применение в механике  
деформируемых гетерогенных сред**

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора  
физико-математических наук

Москва – 2013

Работа выполнена в ФГБУН Объединенном институте высоких температур Российской академии наук.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН,  
зав. кафедрой вычислительной математики МФТИ  
Петров Игорь Борисович

доктор физико-математических наук, профессор,  
зав. кафедрой вычислительной математики и  
математической физики МГТУ  
Димитриенко Юрий Иванович

доктор физико-математических наук, профессор,  
зав. отделом ИПМ им. М.В.Келдыша РАН  
Гасилов Владимир Анатольевич

Ведущая организация: Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ФГУП ЦНИИмаш)

Защита состоится 20 марта 2014 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 002.240.01 при Институте проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН по адресу: 119526 Москва, проспект Вернадского, дом 101 корп.1, аудитория № 237.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 002.240.01  
к. ф.-м.н.

Е.Я.Сысоева

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Численные методы решения уравнений динамики сплошных сред являются практически единственным инструментом для исследования процессов, происходящих в структуре гетерогенных сред при ударно-волновом нагружении, так как аналитического решения подобные задачи, как правило, не имеют. Перечень неоднородных сред, подвергаемых ударно-волновому воздействию, достаточно обширен – это керамики, материалы порошковой металлургии, пространственно-армированные композиционные материалы, компоненты конструкции перспективных энергетических реакторов, вспененные и волокнистые материалы, смеси взрывчатых веществ с инертными добавками. К неоднородным (пористым) средам можно отнести также и гомогенные материалы, находящиеся в режиме объемного вскипания.

Ударное воздействие на гетерогенный материал приводит к сложному силовому взаимодействию между компонентами, составляющими материал, к процессу волнообменов на масштабе структуры материала (или в *мезоструктуре*) и вызывает интегральный отклик, доступный для экспериментальной регистрации в виде профилей давления и перемещений свободных границ испытываемого образца. Адекватная трактовка результатов таких экспериментов затруднительна без математического моделирования процессов, происходящих в мезоструктуре гетерогенной среды.

Мезомеханический подход к моделированию напряжённо-деформированного состояния гетерогенной среды заключается в явном определении внутренней структуры материала. Это даёт возможность, используя уравнения механики сплошных сред, отказаться от осреднения и непосредственно в вычислительном эксперименте рассчитать силовое взаимодействие между составляющими материал компонентами, а также исследовать мелкомасштабные эффекты, обусловленные структурой этих компонент и межфазными взаимодействиями.

Диссертация содержит описание разработанного автором численного метода «гладких частиц», или SPH (Smooth Particle Hydrodynamics), использующего соотношения распада разрывов, и результаты применения этого метода к решению ряда задач механики гетерогенных сред. Показано успешное применение разработанного метода SPH к моделированию ударного воздействия на следующие материалы:

- на пористый однокомпонентный материал;
- на двухкомпонентный материал без пор;
- на материал, одной из компонент которого является взрывчатое вещество, детонирующее с выделением энергии.

Выбор объясняется тем, что к перечисленным типам материалов относится большинство гетерогенных сред, имеющих практическую значимость.

**Актуальность темы.** Частным случаем гетерогенных сред являются пористые металлы. Интерес к ударному сжатию пористых металлов был изначально вызван потребностью в данных о термодинамических свойствах вещества при высоких давлениях и температурах [1]. Различные металлы были протестированы в ГПа-ТПа диапазонах давлений [2] и получены пористые адиабаты Гюгонио. В результате были построены и верифицированы широкодиапазонные уравнения состояния. Значительное внимание к пористым материалам проявляется в связи с защитой от высокоскоростного удара [3]–[5]. При этом представляет интерес выявить основные физические механизмы поглощения энергии в пористых материалах. Зельдович и Райзер [1] показали, что схлопывание пор отвечает за повышенную диссипацию энергии при сжатии пористого материала. В первых экспериментальных исследованиях Боуда [6]–[7] было установлено, что при слабой динамической нагрузке уплотнение пористых металлов происходит в многоволновом режиме, с одной или несколькими волнами-предвестниками.

Одним из важных применений мезомеханического моделирования к ударно-волновому нагружению пористой среды является возможность построить расчётным путём адиабату Гюгонио в области неполного схлопывания пор, по известным ударным адиабатам сплошных веществ, которые измерены экспериментально для большого числа веществ и материалов [8]. В области высоких давлений, когда изначально пористый материал становится сплошным, расчёт ударной адиабаты достаточно проработан теоретически, но в области неполного схлопывания пор результат достигнут с помощью численного мезомеханического моделирования [9].

Моделирование прохождения ударных волн через многокомпонентные среды представляет собою другой обширный круг задач, решение которых важно для практического применения. В их число входит исследование процессов дисперсии ударных волн и диссипации энергии ударного воздействия в композиционных материалах, являющихся основными конструкционными материалами в аэрокосмической технике. Эта задача своим формализмом постановки близка к задаче по моделированию прохождения ударной волны сквозь компоненты устройств перспективных термоядерных реакторов взрывного типа, где элементом конструкции является пористая стенка, насыщенная жидким металлическим теплоносителем.

Моделирование процессов, происходящих при детонации низкоплотных взрывчатых веществ и смесей из взрывчатого вещества с инертным материалом,

является крайне важным для технологии штамповки взрывом изделий из материалов порошковой металлургии, которые обрабатывать иным способом не представляется пока возможным. При изучении детонации неоднородных взрывчатых веществ (в частности – пористых и гранулированных) накоплен и обобщён значительный экспериментальный материал. Получены эмпирические зависимости параметров детонации от плотности и состава взрывчатого вещества, которые пригодны в большинстве инженерных приложений. Для численного моделирования детонации гетерогенных взрывчатых веществ разработаны многоскоростные (многожидкостные) модели, теоретические основы которых хорошо развиты. Но в последнее время возрос интерес к изучению явления детонации на мезомасштабе взрывчатого вещества [10], что связано с необходимостью интерпретации экспериментов по детонации смесевых, насыпных, пористых, флегматизированных, агатированных и содержащих тяжёлые инертные добавки взрывчатых веществ.

Интерпретация результатов экспериментов по ударному воздействию на гетерогенные среды требует реалистичного моделирования с учётом мезоструктуры этих сред. Для успешного решения многих прикладных задач достаточно вычислять эффективные характеристики материала, но при изучении интенсивных процессов, соизмеримых по масштабу со структурными неоднородностями гетерогенной среды, необходимо использовать мезомеханический подход. Это позволяет исследовать непосредственно из результатов численного моделирования те физические особенности отклика гетерогенной среды на воздействие, какие не могут быть получены с помощью смесевых моделей, заменяющих структурно-неоднородную среду однородной средой с эффективными параметрами. Необходимо заметить также, что если ударное воздействие на неоднородную среду приводит к течениям с большими локальными относительными перемещениями компонент, это делает затруднительным даже применение лагранжевых конечно-разностных методов на треугольных адаптирующихся сетках. Аналогично, если рассматривается детонация низкоплотной среды или газа в области со сложной геометрией, это также приводит к неприемлемым для сеточных методов локальным искажениям сетки.

Наиболее приемлемым для решения задач мезомеханики, в которых рассматриваются гидродинамические процессы на масштабе структуры среды, является метод «гладких частиц» SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) [11]. Метод SPH интенсивно применяется для решения многомерных задач гидродинамики, и к его бесспорным техническим достоинствам следует отнести высокую простоту алгоритмической реализации при минимальном размере программного кода. Отсутствие расчетной сетки позволяет методу (в

рамках лагранжева формализма) естественным образом рассчитывать произвольные вращательные и сдвиговые течения, распад односвязных и слияние многосвязных расчетных областей. Более того, свободно-лагранжевы методы дают физически правильную картину эволюции течения в тех случаях, когда применение сеточных лагранжевых методов становится в принципе невозможным вследствие неприемлемых искажений расчётной сетки. Недостатком метода SPH, использующего искусственную вязкость (он называется ниже «стандартным методом»), является погрешность расчёта в окрестности контактных разрывов плотности и границ раздела компонент.

Таким образом, для задач мезомеханического моделирования ударно-волновых процессов в гетерогенных средах актуальной проблемой является повышение точности метода SPH в окрестности контактных границ.

В диссертации рассматривается разработанный автором вариант численного метода SPH и тестирование метода на основе аналитических решений и данных экспериментов. Показано применение разработанного метода к решению задач ударно-волнового нагружения пористого алюминия, задач ударно-волнового нагружения смеси из двух металлов, задач распространения детонации в пористом взрывчатом веществе (тЭН), во взрывчатом веществе с примесью инертного материала (парафин), в порошкообразной смеси взрывчатого вещества с инертным материалом.

**Целью работы** являлись модификация и применение вычислительного метода SPH к моделированию динамики ударно-волновых процессов в гетерогенных средах, задаваемых мезоструктурой среды и физико-механическими характеристиками твёрдых и жидких компонент. Исследовались процессы в мезоструктуре вышеперечисленных сред и их интегральный отклик на ударно-волновое воздействие.

**Научная новизна работы.** Впервые применено решение задач распада произвольного разрыва и температурного разрыва к среде из «гладких частиц» в методе SPH, с целью описания их механического и теплового взаимодействия. Впервые получена система уравнений численного метода SPH, основанная на решении задач распада разрывов. Разработанный метод обладает более высокой точностью в окрестностях контактных границ, чем стандартный метод SPH, использующий искусственную вязкость. Разработанный метод обеспечивает монотонность решения в окрестности контактных границ и предназначен для численного моделирования ударно-волновых процессов на масштабе мезоструктуры среды с большим числом контактных разрывов плотности. Созданы алгоритмы и программа, с помощью которой успешно проводилось мезомеханическое моделирование ударно-волновых явлений в гетерогенных средах, а также решалась задача волнового разрушения стекла. Были

обнаружены двухволновые и трёхволновые структуры при разрушении стеклянных пластин, построена ударная адиабата пористого алюминия в области неполного схлопывания пор, по известной адиабате сплошного алюминия. В пористом взрывчатом веществе, при сопоставимых размерах пор и зоны разложения ВВ, наблюдалось инициирование детонации в горячих пятнах, образующихся на поверхности поры при ударе кумулятивной струи, состоящей из продуктов детонации или непрореагировавшего взрывчатого вещества. Получено хорошее согласование вычисленной скорости детонационной волны в пористом PETN (тэн) с результатами экспериментов. Была решена задача о скользящей детонации в слое порошкообразного взрывчатого вещества насыпной плотности, смешанного с инертным порошком. Полученные из двумерного моделирования данные удовлетворительно описывают экспериментальные результаты.

**Практическая значимость работы.** Метод SPH, использующий соотношения распада разрывов, реализован в виде свободно распространяемого комплекта компьютерных программ для ЭВМ, с интерфейсом пользователя, на языке ФОРТРАН-90. Этот комплект может применяться:

- в учебных и исследовательских целях, для изучения отклика гетерогенных сред на ударно-волновое нагружение;
- для решения инженерных задач по оценке стойкости броневой защиты и стёкол к ударному воздействию;
- при проектировании низкоплотных взрывчатых веществ с заданными параметрами, необходимыми для решения технологических задач штамповки взрывом.

**Результаты исследований обобщены в виде следующих положений, выносимых на защиту:**

1. Получены уравнения численного метода SPH, основанные на решении задачи распада произвольного разрыва. Модифицированный метод не использует искусственной вязкости и обладает монотонностью и более высокой точностью в окрестности контактных разрывов по сравнению со стандартным методом.

2. Получено уравнение метода SPH, основанное на решении задачи о распаде температурного разрыва, обладающее более высокой точностью в окрестности контактных разрывов по сравнению со стандартным методом для сред с теплопроводностью.

3. Построена модель хрупкого разрушения стёкол в волне разрушения и расчётным путём обнаружены пространственные волновые конфигурации, состоящие из волн разрушения.

4. Разработан мезомеханический подход к моделированию гетерогенных сред с помощью метода SPH, позволяющий путём вычислительного эксперимента рассчитать ударную адиабату пористого материала в области неполного схлопывания пор, если известна ударная адиабата сплошного вещества, составляющего пространственную мезоструктуру данного материала.

5. Установлено, что при мезомеханическом подходе к описанию структуры среды распространение детонации в пористом взрывчатом веществе успешно моделируется с помощью макрокинетического уравнения горения и уравнения состояния для взрывчатого вещества нормальной плотности, составляющего пространственную мезоструктуру пористого вещества.

**Достоверность результатов** подтверждается их соответствием аналитическим решениям и экспериментальным данным.

**Личный вклад автора.** Автором впервые предложен и создан вариант численного метода SPH, основанный на решении задач распада разрывов. Все представленные результаты получены автором лично.

**Апробация работы.** Основные результаты исследований были доложены и обсуждались на:

– международной конференции по гиперскоростному удару HyperVelocity Impact Symposium (Oct. 17-19, 1994, Santa Fe, New Mexico, USA);

– 24<sup>th</sup> International Symposium of Shock Waves (Beijing, China, July 11-16, 2004);

– международной конференции по гиперскоростному удару HyperVelocity Impact Symposium (Oct. 10-14, 2005, Lake Tahoe, USA);

– международной конференции «Физика экстремальных состояний вещества» (Эльбрус, март 1-5, 2007);

– 2-й, 3-й, 4-й и 5-й Всероссийских школах-семинарах «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем», АФМ-2008–АФМ-2011 (Москва, 2008-2011);

– X Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (авг. 24-30, 2011, Нижний Новгород).

– международной конференции «Разностные схемы и их приложения», посвящённой 90-летию профессора В.С.Рябенского, 27-31 мая, 2013, Москва.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 27 печатных работ, из них 14 в ведущих научных рецензируемых журналах, рекомендованных Перечнем ВАК РФ для публикации результатов докторских диссертаций.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения; содержит 202 страницы, включая 85 рисунков, 13 таблиц, список литературы из 162 наименований и одно приложение.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснованы актуальность, научная новизна и практическая значимость вопросов, рассмотренных в диссертационной работе. Сформулированы цели работы и положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** рассмотрены основополагающие принципы метода SPH. Разностная сетка в методе SPH отсутствует, сплошная среда заменяется дискретной системой расположенных в пространстве сглаженных частиц  $i=1\dots N$ , допускающих произвольную связность друг с другом. Переход от континуума к дискретному представлению среды в виде сглаженных частиц предполагает, что вместо непрерывной функции  $f(\vec{r})$ , характеризующей какую-либо полевую величину (давление, энергию, плотность) вводится в рассмотрение её дискретный аналог, то есть дискретная функция  $f_i$ . Кусочно-постоянная величина  $f_i$  определяется для каждой частицы  $i$  через сумму  $N$  величин  $f_j$  из частиц окружения  $j$ , лежащих вокруг частицы  $i$  в соответствии с дистанцией сглаживания  $h$ , по уравнению:

$$f_i = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} W_{ij} \quad (1)$$

где  $W_{ij} = W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h)$  есть весовая (сглаживающая) функция, или ядро;  $m_j$  есть масса частицы  $j$ ;  $\rho_j$  есть плотность вещества в частице  $j$ . На ядро накладывается ограничение

$$\int W(\vec{r}, h) d\vec{r} = 1 \quad (2)$$

При  $h \rightarrow 0$  сглаживающая функция превращается в  $\delta$ -функцию. Согласно свойствам  $\delta$ -функций, для вычисления производных от  $f(\vec{r})$  вместо непосредственного дифференцирования непрерывной функции  $f(\vec{r})$  нужно знать дискретное значение  $f_i$  в частице и дифференцировать функцию  $W_{ij}$  [12]:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i^s} = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} W_{ij}' \frac{x_i^s - x_j^s}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}, \quad s = x, y, z \quad (3)$$

В этом заключается принцип бессеточного метода SPH. В практических применениях используют различные виды сглаживающих функций. В диссертации в качестве ядра был выбран кубический сплайн [13]:

$$W(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h) = \begin{cases} (1 - 3\phi^2 / 2 + 3\phi^3 / 4) / N, & 0 < \phi < 1 \\ ((2 - \phi)^3 / 4) / N, & 1 \leq \phi < 2 \\ 0, & \phi \geq 2 \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $\phi = |\vec{r}_i - \vec{r}_j| / h$  и  $N = 1.5h$  для одномерной геометрии,  $N = 0.7\pi h^2$  для двумерной (плоской и осесимметричной),  $N = \pi h^3$  для трёхмерной.

Производная от ядра запишется как:

$$W'(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|, h) = \begin{cases} (-12\phi + 9\phi^2)/N_1, & 0 < \phi < 1 \\ (-3(2 - \phi)^2)/N_1, & 1 \leq \phi < 2 \\ 0, & \phi \geq 2 \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $N_1 = 6h^2$  для одномерной геометрии,  $N_1 = 28\pi h^3$  для двумерной (плоской и осесимметричной),  $N_1 = 4\pi h^4$  для трёхмерной.

Сглаживающая функция (4) и её производная показаны на рисунке 1а,б.

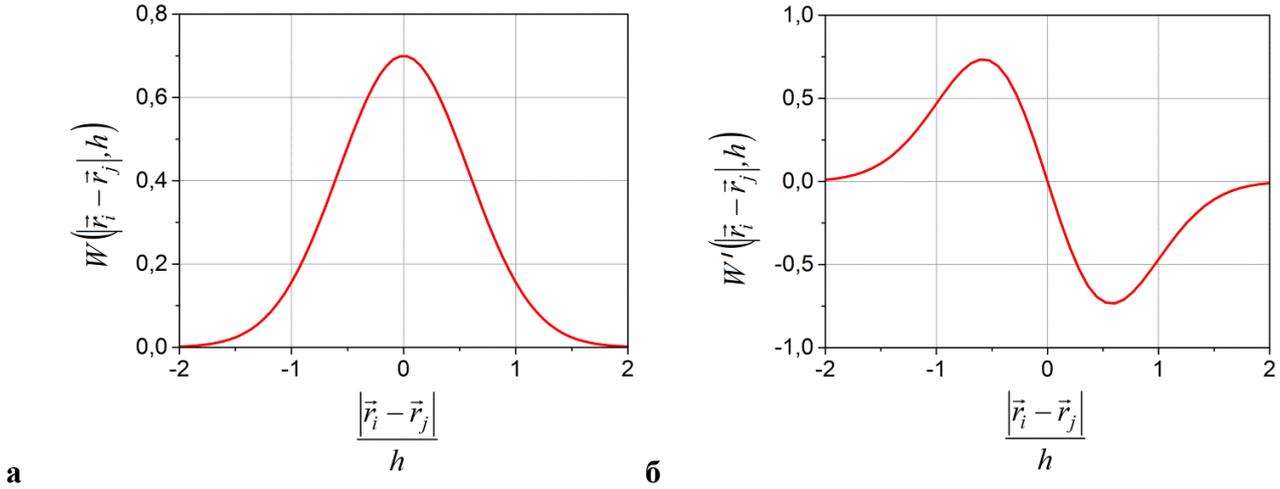


Рисунок 1 – Сглаживающая функция (а) и её производная (б)

В главе 1 на примере уравнений для идеальной сжимаемой жидкости:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{U} \quad (6)$$

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \frac{1}{\rho} \nabla P \quad (7)$$

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{P}{\rho} \nabla \cdot \vec{U} \quad (8)$$

приведены стандартные SPH-уравнения, полученные с помощью (3):

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\sum_j \frac{m_j \rho_i}{\rho_j} W'_{ij} (U_i^R - U_j^R) \quad (9)$$

$$\frac{d\vec{U}_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j (P_i + P_j)}{\rho_i \rho_j} W'_{ij} \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \quad (10)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = -\sum_j \frac{m_j (P_i + P_j)}{2\rho_i \rho_j} W'_{ij} (U_i^R - U_j^R), \quad \text{где } U^R = \vec{U} \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \quad (11)$$

Система уравнений (9)–(11) приводит к погрешности при расчёте окрестности контактного разрыва, если частицы  $i$  и  $j$  расположены по разные его стороны и вещество в одной из них расширяется, ускоряя и сжимая частицу по другую сторону контактного разрыва. Причину этой погрешности легко уяснить на примере формулы (9). Применим (9) к расчёту изменения

плотности, поочерёдно к паре частиц  $i$  и  $j$ , расположенных по разные стороны контактной поверхности. Для простоты исключим из рассмотрения все остальные частицы, чтобы оценить взаимовлияние частиц  $i$  и  $j$  друг на друга. Из выражения в круглых скобках у правой части (9) следует, что частица  $i$  и частица  $j$  будут или сжиматься обе (сближаясь), или расширяться обе (удаляясь друг от друга). Таким образом, ударную волну или волну разрежения уравнения стандартного метода будут описывать верно. Но процесс, при котором SPH-частица  $i$  расширяется, сжимая SPH-частицу  $j$  (или наоборот) рассчитать по уравнениям (9)–(11) не удаётся, хотя это довольно распространённый случай взаимодействия двух сред через контактную границу. Типичными задачами такого рода являются задачи детонации взрывчатых веществ, содержащих инертные примеси, задачи взаимодействия продуктов взрыва с оболочками, задачи лазерной абляции. Например, если SPH-частица  $i$  представляет собой расширяющиеся продукты детонации, они сжимают инертный материал в SPH-частице  $j$ . Если частица  $i$  поглощает лазерное излучение, расширяясь, она также будет сжимать частицу  $j$ , прозрачную для излучения.

С помощью уравнений (9)–(11) нельзя обеспечить монотонность распределения расчетных величин в окрестности контактного разрыва. Немонотонность решения обычно сглаживается введением искусственной вязкости. Этому вопросу (корректному подбору искусственной вязкости) уделено внимание в ряде работ; особенно следует отметить [14], где сделана попытка построить искусственную вязкость на основе решения задачи о распаде произвольного разрыва.

Рассмотрим вывод модифицированной SPH-формы уравнений из уравнений (9)–(11). Пусть объем пространства  $V_0$  вместо непрерывной среды с плотностью  $\rho_0$  заполнен сферическими (для определенности) SPH-частицами (рисунок 2). Расположение частиц в пространстве допускает как частичное пересечение или непересечение, так и точечный контакт частиц. Каждая частица  $i$  в такой SPH-среде может обмениваться импульсом и энергией с любой из  $j$  частиц окружения в пределах максимальной дистанции взаимодействия  $(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)/h = 2$  только вдоль оси взаимодействия  $R$ , соединяющей центры частиц. Интенсивность этого обмена определяется видом сглаживающей функции. Значение  $h$  в диссертации определялось как:

$$h = \alpha(D_i + D_j)/2 \quad (12)$$

где величина  $\alpha$  выбиралась в диапазоне  $1 \leq \alpha \leq 1.4$ .

Введем теперь понятие точки касания частиц. Необходимо уточнить, что только в частном случае, когда  $(2|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)/(D_j + D_i) = 1$ , будет иметь место

геометрическое касание сфер диаметрами  $D_j$  и  $D_i$  в точке  $A_{ij}$  на оси взаимодействия  $R$ .

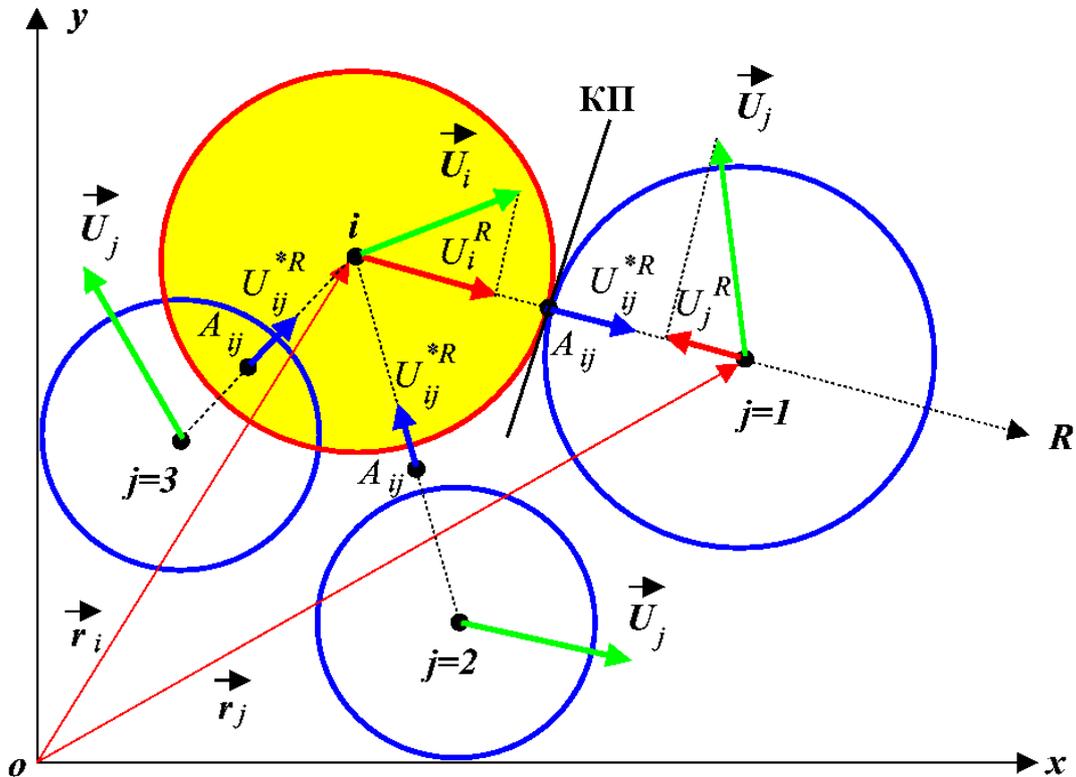


Рисунок 2 – Схема взаимодействия частиц в SPH-жидкости

В общем случае под точкой касания частиц будем подразумевать точку  $A_{ij}$ , делящую отрезок  $|\vec{r}_j - \vec{r}_i|$  на пропорциональные диаметрам взаимодействующих частиц части. Предположим далее, что указанная точка касания частиц в SPH-среде эквивалентна контактной поверхности (КП) в сплошной среде.

Тогда можно построить решение Римана для распада разрыва вдоль оси  $R$  и вычислить скорость точки касания  $U_{ij}^*$  и давление в ней  $P_{ij}^*$ . Для простоты ограничимся акустическим приближением:

$$U_{ij}^{*R} = \frac{U_j^R \rho_j C_j^l + U_i^R \rho_i C_i^l - P_j + P_i}{\rho_j C_j^l + \rho_i C_i^l} \quad (13)$$

$$P_{ij}^* = \frac{P_j \rho_i C_i^l + P_i \rho_j C_j^l + \rho_j C_j^l \rho_i C_i^l (U_j^R - U_i^R)}{\rho_j C_j^l + \rho_i C_i^l} \quad (14)$$

где  $C^l$  есть скорость звука.

Скорости  $U_i$ ,  $U_j$  и давления  $P_i$  и  $P_j$  будут стремиться к распадным значениям, вычисленным из (1.20)-(1.21). Выполним в уравнениях (9)–(11) замену

$$(U_i^R + U_j^R)/2 \rightarrow U_{ij}^{*R} ; \quad (P_i + P_j)/2 \rightarrow P_{ij}^* \quad (15)$$

Тогда уравнения (9)–(11) преобразуются к иной SPH-форме и запишутся как:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -2\sum_j \frac{m_j \rho_i}{\rho_j} W'_{ij} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) \quad (16)$$

$$\frac{d\vec{U}_i}{dt} = 2\sum_j \frac{m_j P_{ij}^*}{\rho_i \rho_j} W'_{ij} \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \quad (17)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = -2\sum_j \frac{m_j P_{ij}^*}{2\rho_i \rho_j} W'_{ij} (U_i^R - U_{ij}^{*R}) \quad (18)$$

Уравнение энергии предпочтительнее записать в форме уравнения сохранения полной энергии

$$\frac{d}{dt} \left( E + \frac{U^2}{2} \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (P\vec{U}) \quad (19)$$

и преобразовать к виду:

$$\frac{d(E_i + 1/2U_i^2)}{dt} = -2\sum_j \frac{m_j P_{ij}^* U_{ij}^{*R}}{2\rho_i \rho_j} W'_{ij} \quad (20)$$

Если перейти от уравнений (16),(17),(20), описывающих изотропную жидкость, к уравнениям прочной сжимаемой среды, то в характер взаимодействия частиц, показанный на рисунке 2, необходимо внести некоторые дополнения. Изотропные SPH-частицы обмениваются импульсом и энергией только в волнах сжатия (разрежения) вдоль оси  $R$ . Этот достаточно простой вид взаимодействия привёл к лаконичным по форме SPH-уравнениям.

В прочной сжимаемой среде такой обмен происходит как в волнах сжатия (разрежения), распространяющихся с продольной скоростью звука

$$C^l = \sqrt{(3K + 4G)/(3\rho)} \quad (21)$$

так и в волнах сдвига, распространяющихся с поперечной скоростью звука

$$C^t = \sqrt{G/\rho} \quad (22)$$

Для разъяснения особенностей такого взаимодействия в прочной SPH-среде, позволяющих построить решения Римана для двух взаимодействующих частиц  $i$  и  $j$ , обратимся к рисунку 3, где и показаны эти частицы. Если через точку касания частиц  $i$  и  $j$  (обозначенную как точка  $A_{ij}$ ) перпендикулярно оси взаимодействия  $O-R$  провести плоскость, она пересечет координатные оси системы  $XYZ$  в точках  $abc$ . Назовем плоскость  $abc$  плоскостью касания частиц. Участок этой плоскости в окрестности точки  $A_{ij}$  и будет эквивалентен поверхности начального разрыва параметров в реальной среде. Разрыв распадается в общем случае на продольную волну и волну сдвига, входящие в

частицу  $i$  и две аналогичные волны, входящие в частицу  $j$ . В процессе распада разрыва напряженное состояние среды на площадке  $abc$  характеризуется вектором напряжений  $\vec{\sigma}^{*R}$ , имеющим нормальную к  $abc$  компоненту  $\sigma_{ij}^{*RR}$  и касательные компоненты  $\sigma_{ij}^{*SR}$  и  $\sigma_{ij}^{*TR}$ , лежащие в плоскости  $abc$ . Системы координат  $RST$  и  $XYZ$  связаны через углы  $\theta$  и  $\varphi$ .

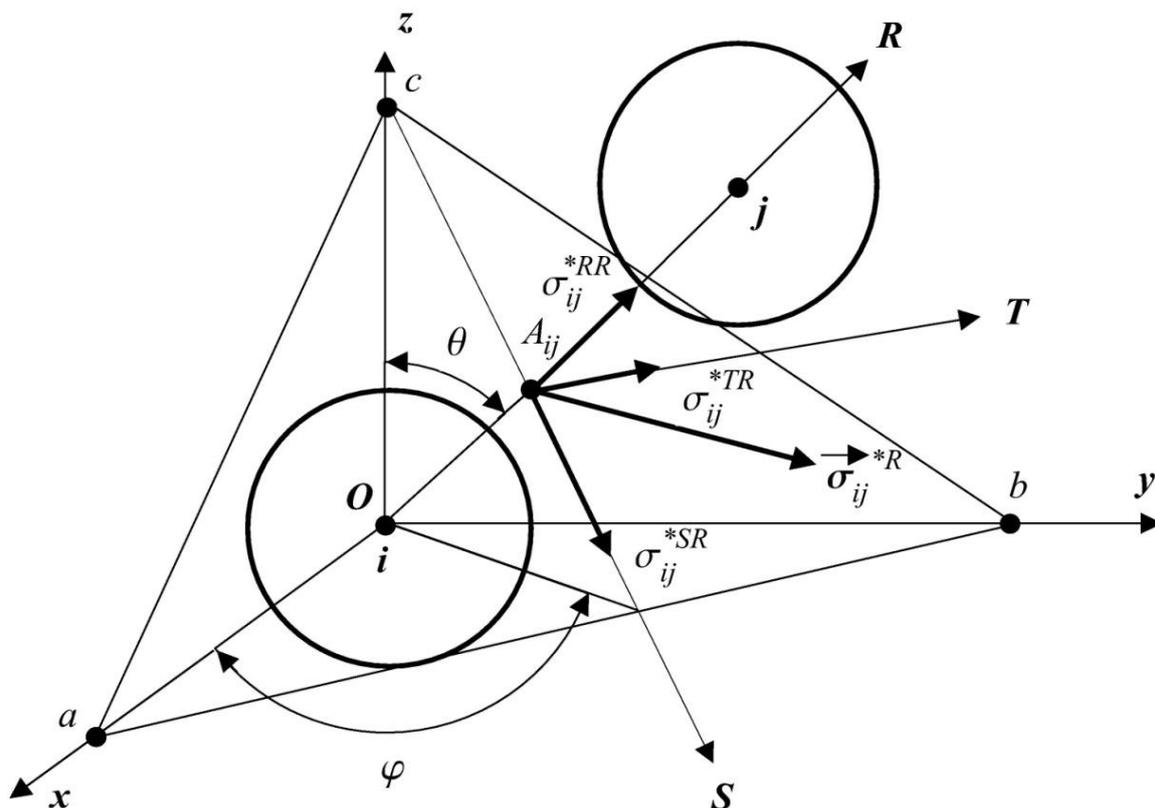


Рисунок 3 – Схема взаимодействия частиц в упругопластической SPH-среде

Матрица направляющих косинусов частицы  $j$  относительно частицы  $i$  с использованием как традиционных, так и принятых на рисунке 1.3 обозначений записывается в виде:

$$A = \begin{bmatrix} \cos^{Rx} & \cos^{Ry} & \cos^{Rz} \\ \cos^{Sx} & \cos^{Sy} & \cos^{Sz} \\ \cos^{Tx} & \cos^{Ty} & \cos^{Tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l^{Rx} & l^{Ry} & l^{Rz} \\ l^{Sx} & l^{Sy} & l^{Sz} \\ l^{Tx} & l^{Ty} & l^{Tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \sin \theta & \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \varphi \cos \theta & \sin \varphi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Матрица  $A$  обеспечивает переход из системы координат  $XYZ$  в систему  $RST$ . Обратный переход из системы  $RST$  в систему  $XYZ$  обеспечивает транспонированная матрица направляющих косинусов  $A^T$ .

Распадные значения компонент напряжений и скоростей легко вычисляются в системе координат  $RST$  в акустическом приближении:

для поперечной волны

$$U_{ij}^{*S} = \frac{U_j^S \rho_j C_j^t + U_i^S \rho_i C_i^t + \sigma_j^{SR} - \sigma_i^{SR}}{\rho_j C_j^t + \rho_i C_i^t}, \quad (24)$$

$$\sigma_{ij}^{*SR} = \frac{\sigma_j^{SR} \rho_i C_i^t + \sigma_i^{SR} \rho_j C_j^t + \rho_j C_j^t \rho_i C_i^t (U_j^S - U_i^S)}{\rho_j C_j^t + \rho_i C_i^t}, \quad (25)$$

$$U_{ij}^{*T} = \frac{U_j^T \rho_j C_j^t + U_i^T \rho_i C_i^t + \sigma_j^{TR} - \sigma_i^{TR}}{\rho_j C_j^t + \rho_i C_i^t}, \quad (26)$$

$$\sigma_{ij}^{*TR} = \frac{\sigma_j^{TR} \rho_i C_i^t + \sigma_i^{TR} \rho_j C_j^t + \rho_j C_j^t \rho_i C_i^t (U_j^T - U_i^T)}{\rho_j C_j^t + \rho_i C_i^t}, \quad (27)$$

для продольной волны

$$U_{ij}^{*R} = \frac{U_j^R \rho_j C_j^l + U_i^R \rho_i C_i^l + \sigma_j^{RR} - \sigma_i^{RR}}{\rho_j C_j^l + \rho_i C_i^l}, \quad (28)$$

$$\sigma_{ij}^{*RR} = \frac{\sigma_j^{RR} \rho_i C_i^l + \sigma_i^{RR} \rho_j C_j^l + \rho_j C_j^l \rho_i C_i^l (U_j^R - U_i^R)}{\rho_j C_j^l + \rho_i C_i^l}, \quad (29)$$

Для прочной сжимаемой среды уравнение неразрывности (16) не изменится; в уравнениях (17) и (20) вместо давления  $P^*$  следует использовать тензор напряжений

$$\sigma^{*\alpha\beta} = -P^* \delta^{\alpha\beta} + S^{*\alpha\beta} \quad (30)$$

где  $S^{*\alpha\beta}$  – девиатор напряжений в точке контакта и

$$\delta^{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{при } \alpha = \beta \\ 0 & \text{при } \alpha \neq \beta \end{cases}$$

есть символ Кронекера и  $\alpha=x,y,z$  и  $\beta=x,y,z$ .

Тогда уравнения (17) и (20) с учётом записи векторов в системе  $RST$  примут вид:

$$\frac{d\vec{U}_i}{dt} = 2 \sum_j \frac{m_j \vec{\sigma}_{ij}^{*R}}{\rho_i \rho_j} W'_{ij} \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \quad (31)$$

$$\frac{d(E_i + 1/2 U_i^2)}{dt} = -2 \sum_j \frac{m_j \vec{\sigma}_{ij}^{*R} U_{ij}^{*R}}{\rho_i \rho_j} W'_{ij} \quad (32)$$

Уравнения (16),(31),(32) есть модифицированные уравнения SPH, позволяющие построить монотонную схему расчета без искусственной вязкости. В диссертации приведен полный алгоритм для расчёта прочной сжимаемой среды, включая пересчёт напряжений из системы координат  $XYZ$  в систему  $RST$  и обратно.

Если уравнение энергии ограничить рассмотрением только механизма теплопроводности, то оно примет вид

$$\frac{dE}{dt} = -\text{div } \vec{q} \quad (33)$$

где  $\vec{q}$  есть вектор теплового потока. SPH-аппроксимация (1.41) запишется как:

$$\frac{dE_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j W'_j}{\rho_i \rho_j} (q_i^R + q_j^R) \quad (34)$$

SPH-аппроксимация (34), полученная из уравнения энергии (33), соответствует закону Фурье. Для вычисления потоков  $q_i^R$  и  $q_j^R$  в [15] используется температура контакта частиц  $T_{ij}^*$ .

$$q_i^R = -\lambda \frac{T_{ij}^* - T_i}{\Delta r_i} \quad (34)$$

$$q_j^R = -\lambda \frac{T_j - T_{ij}^*}{\Delta r_j} \quad (35)$$

где  $\lambda$  есть теплопроводность.

Температура контакта  $T_{ij}^*$  и  $\Delta r_i$  и  $\Delta r_j$  определяются в [15] как

$$q_i^R = q_j^R \quad (36)$$

$$\Delta r_i = \Delta r_j = |\vec{r}_j - \vec{r}_i| / 2 \quad (37)$$

В этом случае  $T_{ij}^*$  можно найти как

$$T_{ij}^* = \frac{\lambda_i T_i + \lambda_j T_j}{\lambda_i + \lambda_j} \quad (38)$$

В соответствии с приведенными выше соотношениями в [15] получена следующая SPH-аппроксимация уравнения энергии для случая только механизма теплопроводности:

$$\frac{dE_i}{dt} = -\sum_j \frac{m_j W'_j}{\rho_i \rho_j} \frac{4\lambda_i \lambda_j}{(\lambda_i + \lambda_j)} (T_j - T_i) \frac{1}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \quad (39)$$

В работе [15] проведено тестирование уравнения (39) и получено соответствие с аналитическим решением для контакта различных пар материалов. Интегрирование уравнения (39) должно производиться с шагом

$$\Delta t^n = \beta \rho C_V h^2 / \lambda \quad (40)$$

где  $C_V$  есть теплоёмкость и  $\beta \leq 0.15$ .

Автором диссертации предложена иная аппроксимация уравнения теплопроводности, которая была получена на основе подхода, использующего решение распада разрывов. В этом случае температура в точке контакта частиц  $T_{ij}^*$  вычисляется следующим образом. Применим одномерное уравнение Фурье к расчёту эволюции первоначального разрыва температуры в точке  $x=0$  контакта двух частиц с различными (в общем случае) теплофизическими свойствами.

Начальные условия следующие:  $T(x,0)=T_i$ ,  $x<0$  и  $T(x,0)=T_j$ ,  $x>0$ . Распределение температуры в этом случае определится как [16]

$$T - T_{ij}^* = \begin{cases} (T_{ij}^* - T_i) \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_i t}} & \text{при } x < 0 \\ (T_j - T_{ij}^*) \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_j t}} & \text{при } x > 0 \end{cases} \quad (41)$$

где  $T_{ij}^*$  есть температура в точке контакта  $x=0$

$$T_{ij}^* = \frac{\lambda_i T_i + \lambda_j T_j \sqrt{a_i / a_j}}{\lambda_i + \lambda_j \sqrt{a_i / a_j}} \quad (42)$$

и 
$$a = \frac{\lambda}{\rho C_V} \quad (43)$$

есть температуропроводность. Комбинируя (1.50) с (1.42)–(1.44), получаем следующую форму уравнения энергии:

$$\frac{dE_i}{dt} = -\sum_j \frac{m_j W'_{ij}}{\rho_i \rho_j} \left[ 2\lambda_i \lambda_j \frac{1 + \sqrt{a_i / a_j}}{\lambda_i + \lambda_j \sqrt{a_i / a_j}} (T_j - T_i) \frac{1}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|} \right] \quad (44)$$

Следует заметить, что в случае теплового контакта частиц  $i$  и  $j$  из одного материала уравнения (39) и (44) полностью эквивалентны. Уравнение (44) точнее, как показано ниже на примере тестовых расчётов, определяет профиль температуры при контакте частиц из различных материалов.

Для описания упругопластического течения используется процедура Уилкинса [17]

$$S^{\alpha\beta} = K_p S_\omega^{\alpha\beta} \quad (45)$$

где корректирующий множитель  $K_p$  в соответствии с критерием Мизеса есть

$$K_p = \begin{cases} 1, & f \leq 2Y_0^2 \\ Y_0 \sqrt{2/f}, & f > 2Y_0^2 \end{cases} \quad (46)$$

и  $f = 3S_\omega^{\alpha\beta} S_\omega^{\alpha\beta}$ . Уравнение состояния, замыкающее систему (16),(31),(32), принимается в форме Ми-Грюнайзена

$$P - P_r = \gamma_s \rho (E - E_r) \quad (47)$$

здесь  $P_r(\rho)$  и  $E_r(\rho)$  – опорные кривые.

Для инертных материалов опорными кривыми являются ударные адиабаты  $U_s = C_a + S_a U_p$  при плотности выше начальной и упругие кривые при плотности ниже начальной

$$P_r = \begin{cases} P_H, \rho > \rho_0 \\ P_C, \rho \leq \rho_0 \end{cases}, \quad E_r = \begin{cases} E_H, \rho > \rho_0 \\ E_C, \rho \leq \rho_0 \end{cases}, \quad (48)$$

где  $P_H = C_a^2(v_0 - v)/[v_0 - S_a(v_0 - v)]^2$ ,  $E_H = P_H(v_0 - v)/2$ ,

$$P_C = K(v_0 - v)/v_0, \quad E_C = P_C(v_0 - v)/2, \quad v = 1/\rho$$

Уравнение состояния в форме (48), использующее в качестве опорной кривой ударную адиабату для нагружаемого материала, выбрано из тех соображений, что коэффициенты  $C_a$  и  $S_a$  ударной адиабаты вида  $U_s = C_a + S_a U_p$  измерены достаточно точно для большинства материалов. Они многократно проверены независимыми исследователями для различных материалов при давлениях до  $\approx 20 \div 500$  ГПа, что с избытком перекрывает диапазон давлений, реализуемых при ударном нагружении алюминия с неполным схлопыванием пор, а также диапазон давлений, реализуемых при детонации смеси насыпной плотности из взрывчатого вещества с инертной добавкой (решения этих задач представлены в главах 3 и 5 диссертации). Не менее важным аргументом в пользу уравнения (48) является и то, что решение задачи Римана с двучленным уравнением состояния позволяет учитывать свойства среды достаточно общего вида.

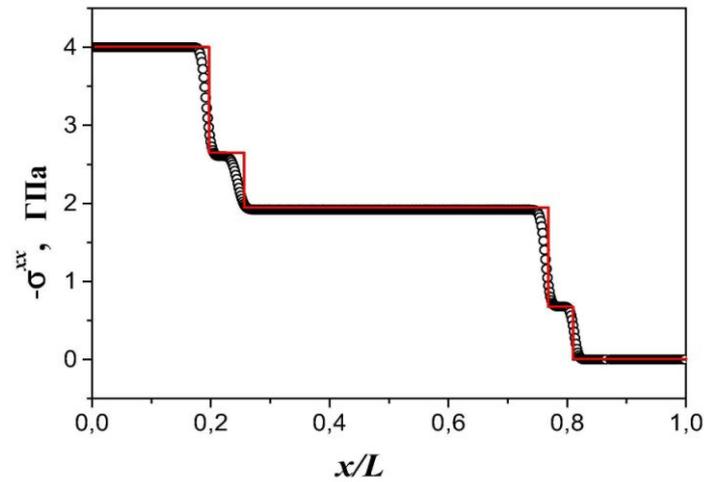
Таким образом, создана модификация метода «гладких частиц» SPH, использующая решение задачи распада произвольного разрыва и распада температурного разрыва, что позволило создать код без использования искусственной вязкости и обеспечить монотонность решения вблизи контактных границ раздела между различными компонентами упругопластической гетерогенной среды с теплопроводностью.

**Во второй главе** приведены тестовые расчеты и сравнение разработанного метода со стандартным методом SPH, использующим искусственную вязкость. Для расчёта распада разрыва в упругопластической среде уравнение состояния принималось в виде

$$P = K(\rho - \rho_0)/\rho \quad (49)$$

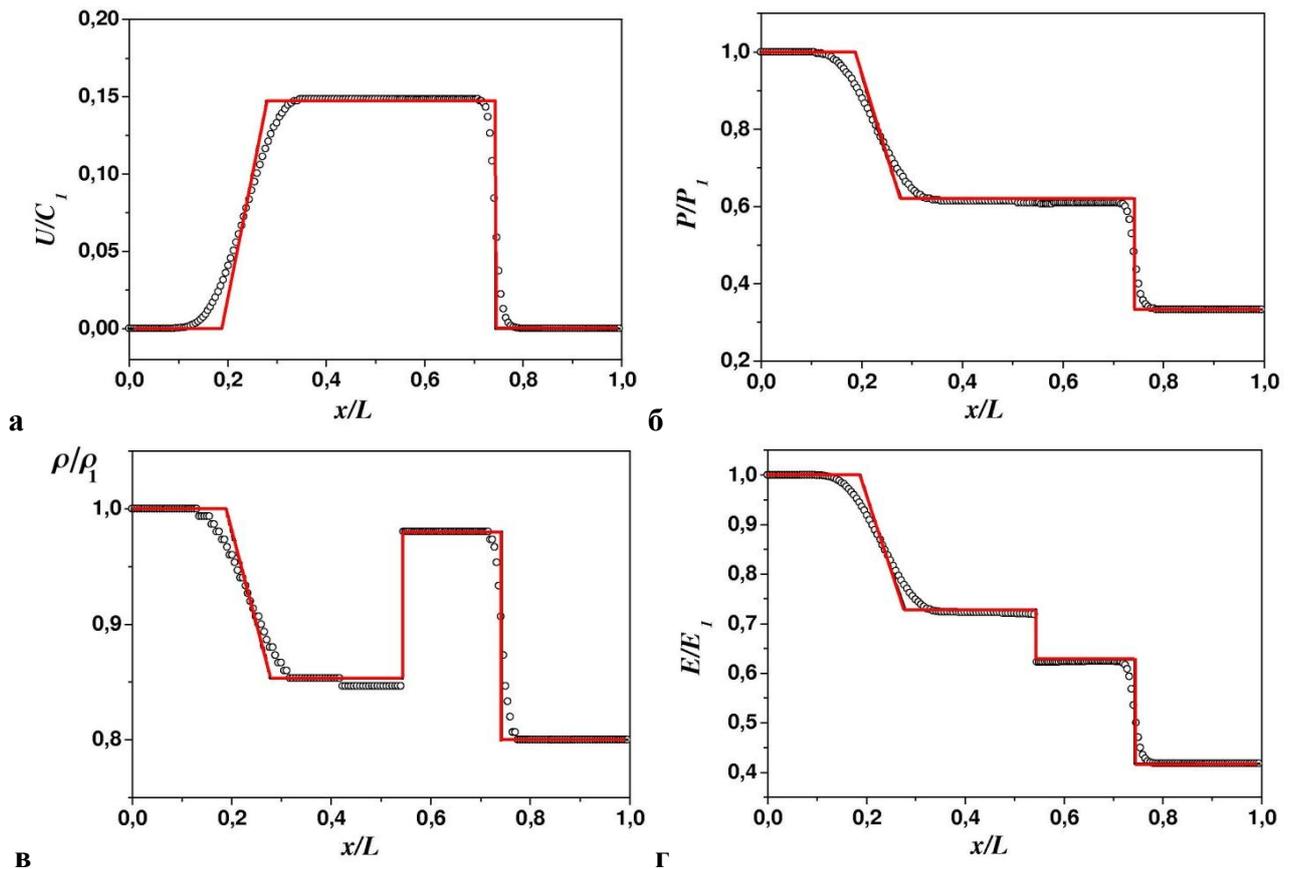
где изотермический модуль объёмного сжатия  $K = const$ . Расчёт проводился в одномерном приближении. Начальный разрыв параметров напряженного состояния среды в точке  $x/L = 0.5$  есть  $\sigma_1^{xx} = 4$  ГПа и  $\sigma_2^{xx} = 0$ , слева и справа от разрыва соответственно. Во всей области  $\rho_1 = \rho_2 = 2700 \text{ кг/м}^3$ . Это соответствует алюминию, и в расчёте принимались следующие его свойства:  $K = 73$  ГПа,  $G = 23$  ГПа,  $Y_0 = 0.3$  ГПа. Длина расчётного интервала  $L = 0.1$  м была разбита на 200 SPH-частиц. На рисунке 4 показаны результаты расчётов для момента времени 5 мкс. Сплошной линией показано аналитическое решение. Скорости и амплитуды

упругих и пластических волн, полученные в расчете, практически совпадают с аналитическим решением [1].



**Рисунок 4 – Распад разрыва в упругопластической среде. Сплошной линией показано аналитическое решение**

Расчёт распада разрыва в газе показан на рисунке 5.



**Рисунок 5 – Распад разрыва в газе по модифицированному методу SPH. Скорость (а), давление (б), плотность (в) и внутренняя энергия (г) относительно расстояния. Сплошная линия показывает аналитическое решение**

Начальные параметры газа задаются на момент времени  $t=0$ . Исходное положение контактной поверхности  $x/L=0.5$ . Расчетная область размером  $L=0.1$  м содержит 200 расчетных частиц равных размеров. Слева от контактной поверхности:  $P_1=3 \times 10^4$  Па,  $\rho_1=1500$  кг/м<sup>3</sup>,  $U_1=0$ . Справа от контактной поверхности:  $P_2=10^4$  Па,  $\rho_2=1200$  кг/м<sup>3</sup>,  $U_2=0$ . Показатель адиабаты газа  $\gamma_1=\gamma_2=3$ . Уравнения (1.24)-(1.26) были дополнены уравнением состояния идеального газа. На рисунке 5 проведено сравнение расчетных профилей  $U(x)$ ,  $E(x)$ ,  $P(x)$ ,  $\rho(x)$  с точным решением.

На рисунке 6 показаны для сравнения результаты решения этой же задачи стандартным методом SPH с помощью уравнений (1.15)-(1.17), и с применением искусственной вязкости

$$q_i = 20D_i^2 \rho_i \dot{\epsilon} |\dot{\epsilon}| + 0.5D_i \rho_i C_i^l \dot{\epsilon} \quad (50)$$

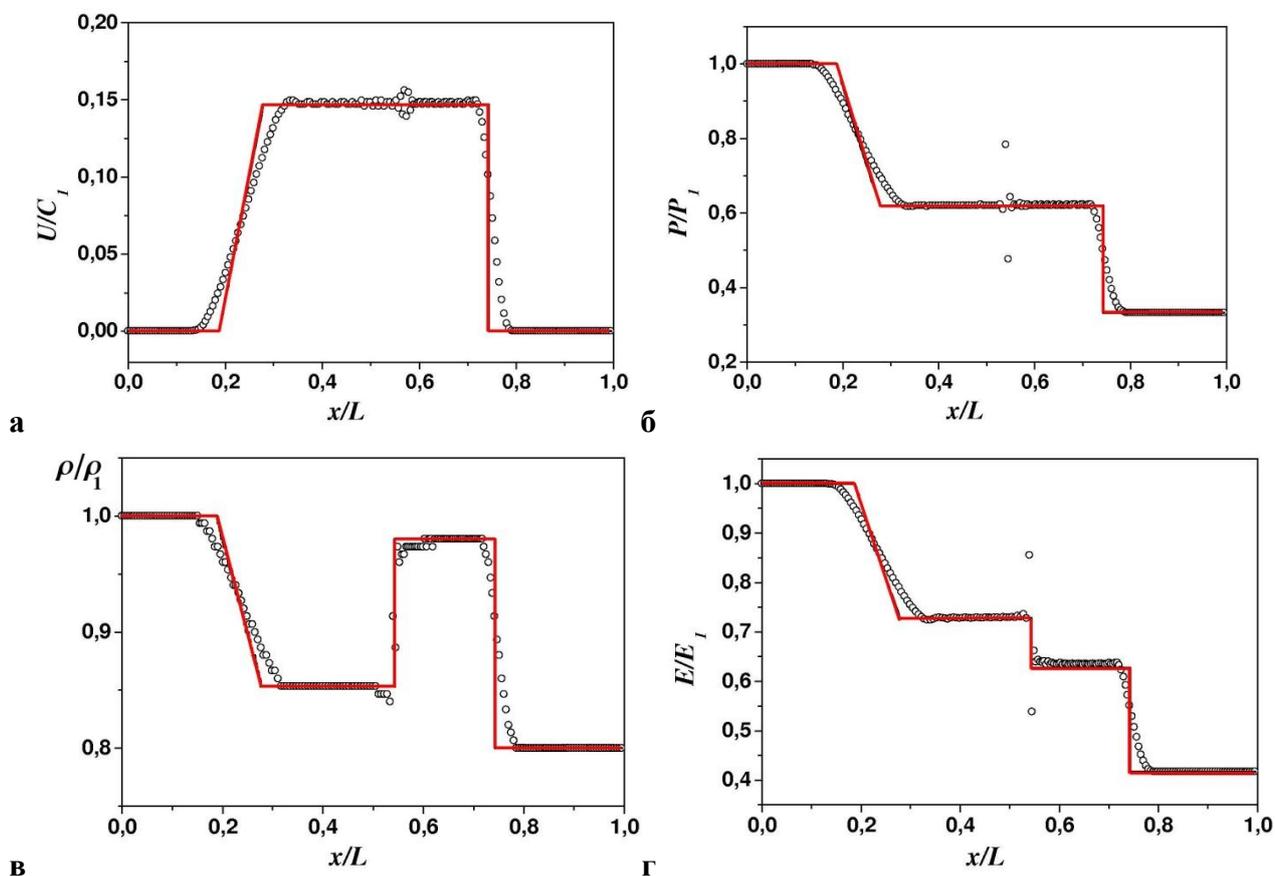


Рисунок 6 – Распад разрыва в газе по стандартному методу SPH. Скорость (а), давление (б), плотность (в) и внутренняя энергия (г) относительно расстояния.

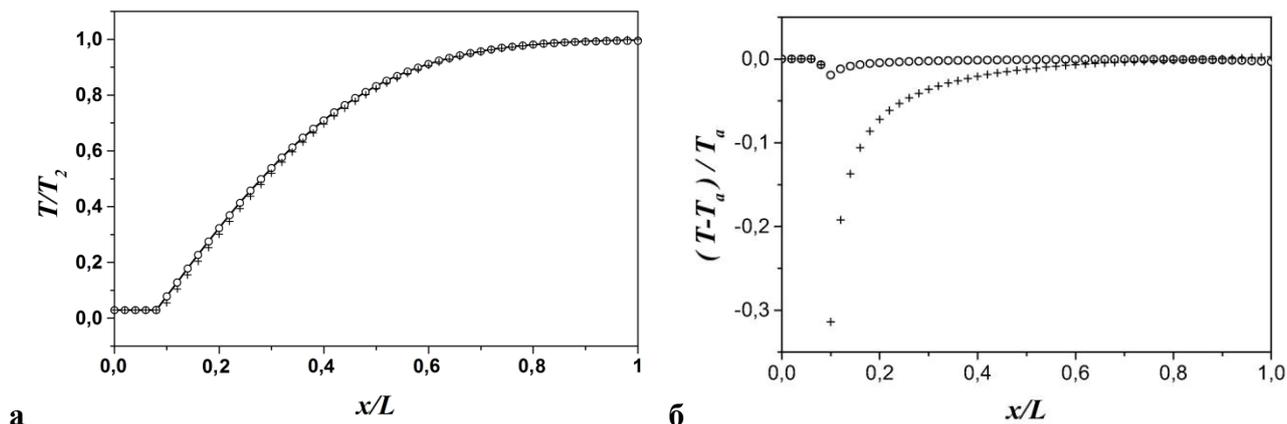
Сплошная линия показывает аналитическое решение

При решении задачи стандартным методом в окрестности контактного разрыва наблюдается значительная погрешность вычисления параметров течения газа, природа которой объяснялась ранее.

Для сравнения разработанного метода (44) со стандартным (39) была решена задача теплового контакта фарфора с горячим газом высокой

температуропроводности. Начальные условия:  $T(x,0)=T_1=300\text{K}$ ,  $x/L < 0.1$  (фарфор) и  $T(x,0)=T_2=10000\text{K}$ ,  $x/L > 0.1$  (горячий газ). На рисунке 7а показан профиль температуры в момент времени  $4 \times 10^{-9}\text{c}$  для области  $L=0.1\text{мм}$ , рассчитанный обоими методами.

На рисунке 7б сравниваются относительные ошибки обоих методов с профилем температуры  $T_a$ , полученным из аналитического решения. Относительная ошибка в расчете температуры горячего газа вблизи стенки на порядок ниже для разработанного метода, чем для стандартного метода].



**Рисунок 7 – Профили температуры и относительная ошибка вычисления температуры с использованием уравнения (44) (○) и (39) (+)**

В разделах 2.3-2.7 диссертации представлены результаты тестирования кода SPH на ряде задач, а именно: расчёт взрывной волны, расчёт сдвигового течения в жидкости, расчёт соударения резиновых цилиндров, расчёт вращения упругой пластины, расчёт разрушения стёкол в волне разрушения. Целью последнего теста являлась проверка, насколько правильно расчётная схема описывает процесс разрушения предварительно сжатого ударной волной материала (стекла). Разрушение материала происходило в волне разрушения, распространяющейся от поверхности нагруженного ударом образца.

Сжатие стекол и, возможно, других хрупких материалов ударной волной при условии превышения порогового напряжения сопровождается возникновением волны разрушения в материале. Она распространяется по сжатому ударной волной упругому хрупкому материалу со скоростью, меньшей скорости звука и близкой к предельной скорости роста трещин. Волна разрушения имеет узкий фронт, в котором происходит нарушение сплошности материала в результате взрывного роста трещин.

Волна разрушения зарождается на поверхности нагружаемого тела. От расположенных на поверхности неоднородностей трещины прорастают внутрь материала. Энергия, необходимая для нарушения сплошности, черпается из потенциальной энергии упруго сжатого материала. Таким образом, имеет место

самоподдерживающееся разрушение при сжатии. Степень разрушения материала описывается параметром разрушения  $D$  ( $0 \leq D \leq 1$ ). Для неразрушенного материала  $D=0$ , для полностью разрушенного материала  $D=1$ . Следуя феноменологическим подходам работ [18-20], предложенным для определения эволюции параметра разрушения в нагруженном материале, считалось, что разрушение материала представляет собой самораспространяющийся волновой процесс в теле, в котором до приложения нагрузки уже имелись локализованные зоны или поверхности поврежденного материала с заданным начальным распределением параметра  $D$ . Волны разрушения распространяются от поврежденных участков тела после того, как в них достигаются пороговые значения критериев нагружения. Скорость волны разрушения  $C_f$  при этом полагается заданной характеристикой материала, определяемой в эксперименте. Скорость накопления повреждения в лагранжевой SPH-частице принимается пропорциональной модулю градиента параметра разрушения  $D$ . Нелинейное волновое уравнение для параметра разрушения  $D$  записывается в виде

$$\frac{dD}{dt} = C_f \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial y}\right)^2} \quad (51)$$

Предельное состояние материала в процессе разрушения описывается параметрической связью между эквивалентным напряжением и давлением  $P$ . Была решена одномерная задача о нагружении упругого полупространства, граница которого в начальный момент времени начинает двигаться с постоянной скоростью  $u_f$ . На границе для параметра разрушения выполняется условие  $D=1$ , и при достаточно высокой интенсивности упругой волны сжатия за ней будет распространяться волна разрушения. Построено аналитическое решение для такой двухволновой конфигурации. На фронте головной упругой волны, движущейся со скоростью  $C_l$ , выполняются условия сохранения массы и импульса

$$\rho(C_l - u) = \rho_0 C_l \quad (52)$$

$$\sigma_x + \rho u(C_l - u) = 0 \quad (53)$$

На фронте волны разрушения выполняются уравнения сохранения

$$\rho_f(C_f + u - u_f) = \rho C_f \quad (54)$$

$$\sigma_{xf} + \rho_f u_f(C_f + u - u_f) = \sigma_x + \rho u C_f \quad (55)$$

условие Друкера-Прагера для стекла и уравнение состояния (49)

$$-\sigma_{xf} = \frac{2}{3} \sigma_c + P_f = a + b P_f, \quad a = 1.1 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad b = 1.2 \quad (56)$$

$$P_f = K(1 - \rho_0 / \rho_f) = \rho_0 C_b^2 (1 - \rho_0 / \rho_f) \quad (57)$$

Индекс  $f$  в уравнениях (54)-(57) относится к параметрам разрушенного материала. Уравнения (56)-(57) указывают на то, что в рассматриваемом случае разрушенный материал ведет себя как предварительно напряженное упругое тело с модулем объемного сжатия, равным модулю объемного сжатия неповрежденного материала  $K_f = K$ , и модулем сдвига  $G_f = 3K(b-1)/4$ .

Выразим  $\sigma_x$  и  $\sigma_{xf} - \sigma_x$  через  $\rho$  и  $\rho_f$ :

$$\sigma_x = -\rho_0 C_l u = -\rho_0 C_l^2 (1 - \rho_0 / \rho) \quad (58)$$

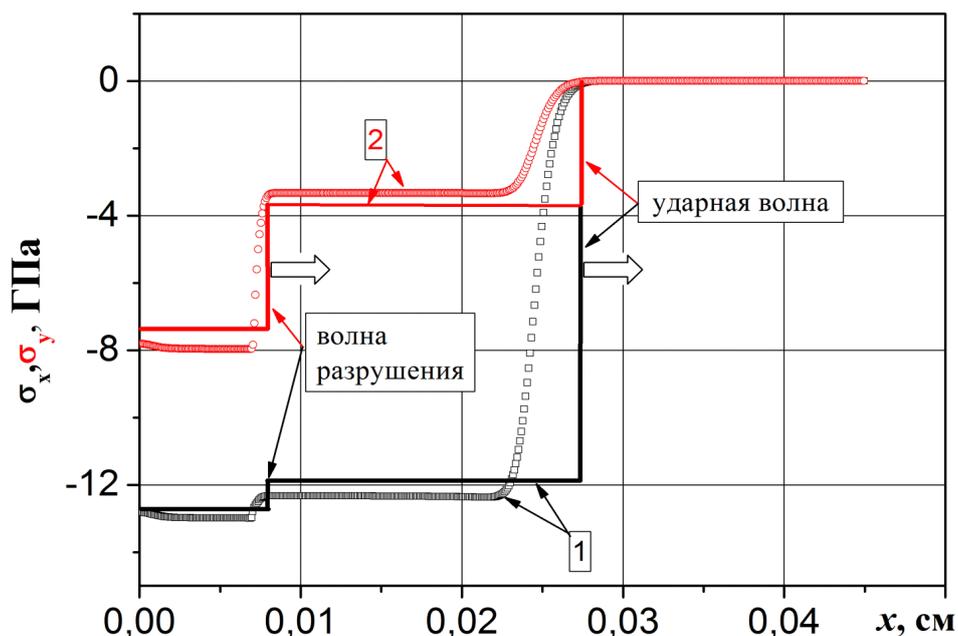
$$\sigma_{xf} - \sigma_x = -\rho C_f (u_f - u) = -\rho C_f^2 (1 - \rho / \rho_f) \quad (59)$$

Исключая  $\rho / \rho_f$  из уравнений (58)-(59), приходим к кубическому уравнению для определения  $\rho / \rho_0$

$$C_f (C_l - u_f) \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^3 - (\rho_0 C_l^2 + \rho_0 C_f C_l - a - b \rho_0 C_b^2) \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 - \left[ \frac{b C_b^2}{C_f} (C_f - u_f + C_l) - C_l^2 \right] \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{b C_b^2 C_l}{C_f} = 0 \quad (60)$$

Уравнение (60) указывает на то, что значение плотности  $\rho$  за фронтом упругой волны является функцией скорости  $u_f$ , а также свойств материала и параметров критерия разрушения. Упругое состояние за фронтом головного скачка определяется в результате решения полной задачи в отличие от задачи для упругопластической волны, в которой состояние за фронтом упругого предвестника фиксировано заданием предела упругости. По вычисленному значению  $\rho / \rho_0$  определяются  $u$ ,  $\sigma_x$ ,  $\rho_f$  и  $\sigma_{xf}$ . На рисунке 8 показаны распределения продольного ( $\sigma_x$ , кривая 1) и поперечного ( $\sigma_y$ , кривая 2) напряжений за фронтом ударной волны и в волне разрушения при скорости границы  $u_f = 1000$  м/с. Прямые линии – аналитический расчет, кривые – численное решение, полученное в результате расчетов по двумерному коду SPH с граничными условиями, имитирующими одномерное приближение.

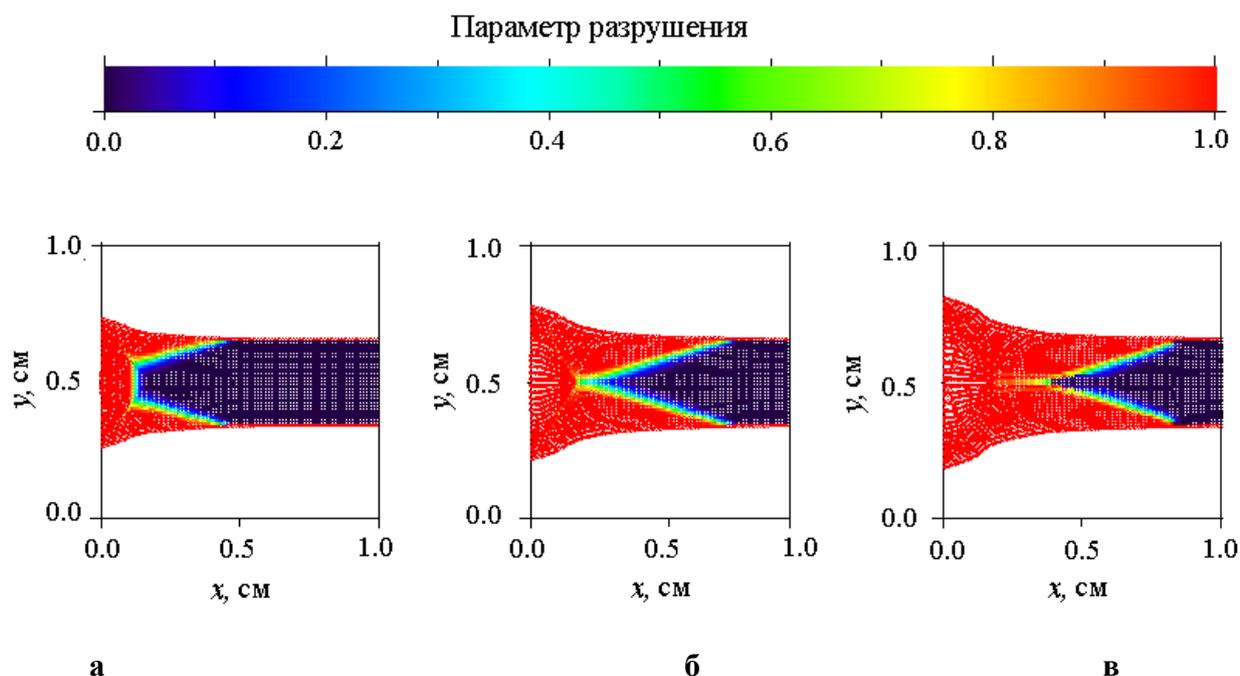
В разделе 2.8 диссертации представлены результаты моделирования разрушения стёклянных пластин в плоском двумерном приближении. Решалась задача удара стеклянной пластины размерами  $h \times l = 40.4$  мм  $\times$  3.2 мм о жесткую стенку с начальной скоростью  $u_0 = 1000$  м/с (пластина движется справа налево). Стенка располагается в  $x=0$ . Условия на вертикальной жёсткой стенке задаются следующим образом: для каждой расчётной SPH-частицы  $i$  с параметрами  $\{m, \rho, D, x, y, U_x, U_y, P_i, T_i, S_{xx}, S_{yy}, S_{xy}\}_i$  на каждом расчётном шаге создаётся виртуальная частица  $j$  с параметрами  $\{m, \rho, D, -x, y, -U_x, U_y, P_i, T_i, S_{xx}, S_{yy}, -S_{xy}\}_i$ .



**Рисунок 8 – Аналитическое и численное решения задачи о волновом разрушении стекла**

Взаимодействие расчётной  $i$  и виртуальной  $j$  частиц имитирует жёсткую стенку с проскальзыванием. Расчётная область вмещала 12800 SPH-частиц размерами  $0.1\text{мм} \times 0.1\text{мм}$  каждая. Все частицы, расположенные на границах расчетной области, в момент времени  $t=0$  полагались полностью разрушенными ( $D=1$ ) и тем самым имитировались поверхностные дефекты стекла, являющиеся источником зарождения волны разрушения. Результаты расчетов иллюстрируются на рисунке 9, где построены двумерные распределения (уровни значений) параметра разрушения  $D$  и эквивалентного напряжения  $\sigma_e$ .

Рисунок 9 указывает на то, что в начальный момент времени в ударяющейся пластине формируются три волны разрушения: прямая фронтальная, идущая от жесткой стенки, и две косых боковых, идущих от свободных поверхностей пластины внутрь материала, нагруженного ударной волной. Косые волны разрушения образуются за счет нагружения свободных поверхностей стекла скользящей ударной волной, и свободная поверхность становится источником волны разрушения после прохождения ударной волны. Одновременно от боковых поверхностей распространяются волны разгрузки. При этом происходит боковой разлет материала, начинающийся также после прохождения ударной волны. Вблизи жесткой стенки материал растекается вдоль ее поверхности, его внешняя поверхность имеет форму, характерную для течения разупрочненной среды. Тестирование показало преимущества разработанного метода SPH по сравнению со стандартным методом в точности расчётов и не обнаружило алгоритмических или схемных дефектов нового метода.



**Рисунок 9 – Распределение параметра разрушения в стеклянной пластине в моменты времени 1 мкс (а), 1,6 мкс (б) и 2 мкс (в) при скорости удара о жесткую стенку  $u_0=1000\text{м/с}$**

Дальнейшая валидация разработанного метода SPH была проведена с помощью исследований по моделированию разрушения хрупких материалов при ударном нагружении (по модели разрушения JH-2 [21]) и по моделированию взаимодействия ударников с преградами конечной толщины при средних и высоких скоростях соударения. Результаты представлены в разделе 2.10 диссертации. Во всех случаях достигнуто удовлетворительное согласие с экспериментами.

**В третьей главе** представлены результаты по мезомеханическому моделированию ударного нагружения пористого алюминия. Эта задача решена для термо-упруго-пластической среды в плоской двумерной геометрии. Периодическая структура пористого материала задавалась явно и обладала свойствами сплошного алюминия. Алюминий выбран для моделирования, поскольку его физические свойства хорошо известны и адибаты Гюгонио определены экспериментально как для сплошных, так и для пористых веществ. Набор параметров вещества для моделирования следующий: начальная локальная плотность  $\rho_0=2700\text{кг/м}^3$ , изотермический модуль объемного сжатия  $K=73\text{ГПа}$ , модуль сдвига  $G=23\text{ГПа}$ , предел текучести  $Y_0=0.4\text{ ГПа}$ , удельная теплоемкость  $C_v=880\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ , коэффициент Грюнайзена  $\gamma=2.17$ , константы адибаты Гюгонио  $C_a=5350\text{ м/с}$  и  $S_a=1.35$ , теплопроводность  $\lambda=200\text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ , объемный коэффициент теплового расширения  $\beta=23\times 10^{-6}\text{ К}^{-1}$ . Пористая пластина считается перфорированной квадратными отверстиями по нормали к плоскости

расчета. Поры расположены в этой плоскости регулярно, с равными интервалами вдоль горизонтального и вертикального направлений. На рисунке 10 представлен один горизонтальный слой, вырезанный из бесконечной в вертикальном направлении пластины. Этот слой представляет собой расчетную область. Один структурный элемент, с помощью которого создается периодическая мезоструктура пористого вещества, выполнен как квадратная рамка с внешними размерами  $2l$ , заполненная SPH-частицами. Структурный элемент содержит квадратную пору площадью  $l \times l$ . Это определяет коэффициент пористости, как  $m = \rho_0/\rho_{00} = 4/3$ , где  $\rho_{00}$  – это средняя плотность материала. Длина перфорированного образца равна  $L$  и он содержит  $N$  пор. На рисунке 9 показана начальная укладка SPH частиц.

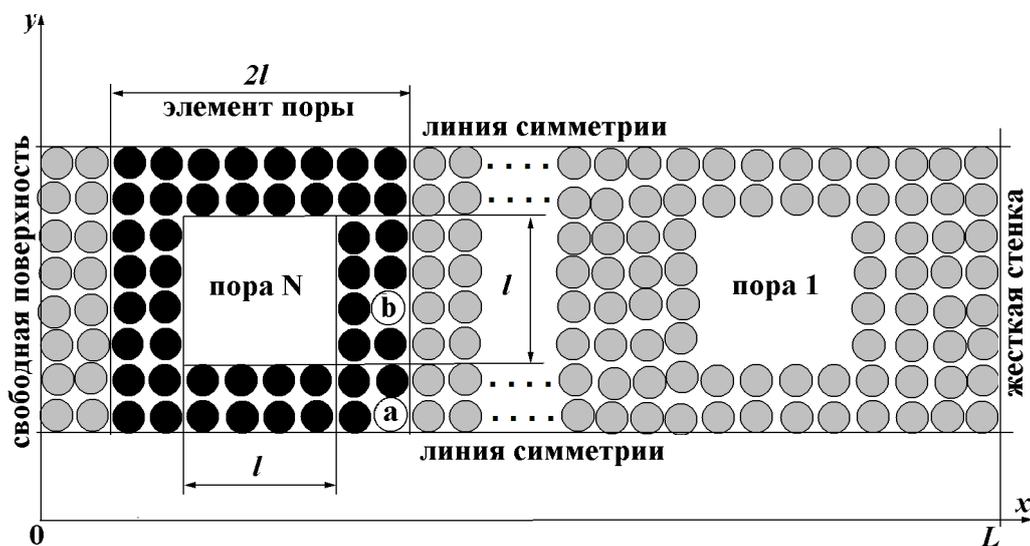


Рисунок 10 – Начальная расчетная область и расположение SPH частиц

Восемь частиц располагаются вертикально. Общее число SPH частиц составляет 1232 на 25 пор в ряду. В некоторых расчётах использовалось 4928 SPH частиц на 25 пор. Размеры и массы частиц были различными в зависимости от различных размеров пор  $l = 0.04, 0.4, 4, 40$  и  $400$  мкм. В частицах  $a$  и  $b$ , выбранных контрольными точками, расчетные параметры сохранялись в отдельных файлах для каждого шага интегрирования, чтобы выявить характер релаксации материала после прохождения ударной волны. Эти частицы расположены на расстоянии  $L/4$  от жесткой стенки. На всех границах расчетной области (кроме свободной поверхности), задаются условия для жесткой стенки с проскальзыванием. Вертикальная жесткая стенка в  $x=L$  означает, что для каждой расчётной SPH-частицы  $i$  с параметрами  $\{m, \rho, D, x, y, U_x, U_y, P_i, T_i, S_{xx}, S_{yy}, S_{xy}\}_i$  создается на каждом расчётном шаге виртуальная частица с параметрами  $\{m, \rho, D, 2L-x, y, -U_x, U_y, P_i, T_i, S_{xx}, S_{yy}, -S_{xy}\}_i$ . Для горизонтальной стенки в  $y=0$  и  $y=2l$  создаются виртуальные частицы с  $\{m, \rho, D, x, -y_i, U_x, -U_y, P_i, T_i, S_{xx}, S_{yy}, -S_{xy}\}_i$  и  $\{m, \rho, D, x, 4l-y_i, U_x, -U_y, P_i, T_i, S_{xx}, S_{yy}, -S_{xy}\}_i$

соответственно. Взаимодействие SPH-частиц из расчётной области и виртуальных частиц, расположенных вне расчётной области, имитирует жёсткие стенки с проскальзыванием. В начальный момент времени при  $t = 0$  все SPH-частицы расчётной области приобретают скорость  $U_x = U_0$ . Когда пористый материал начинает взаимодействовать с жесткой стенкой, в нём формируется ударная волна, распространяющаяся от жесткой стенки к свободной поверхности. На некотором расстоянии за фронтом ударной волны прекращаются колебательные процессы, обусловленные структурной неоднородностью, и параметры вещества приходят к значениям, определяемым адиабатой Гюгонио для пористого материала. Рассматривали динамическая и термическая релаксация Динамическая релаксация в основном проявляется в эволюции колебаний давления, которые наблюдаются за ударной волной. Термическая релаксация вызывается теплопроводностью и приводит к выравниванию температурных неоднородностей в материале за ударной волной. Для алюминия термическая релаксация ожидается значительной при достаточно малых размерах структурных поровых элементов. Расчеты при различных значениях размера элемента свидетельствуют о том, что при  $l=0.4\text{мкм}$  теплопроводность существенно влияет на процесс динамической релаксации. Эволюция структуры ударной волны в пористом алюминии для различных скоростей удара пластины о жесткую стенку, иллюстрируется на рисунке 11, где профили давления для всех SPH-частиц построены в разные моменты времени. Рисунок 11а соответствует скорости удара 100м/с. Видно, что волна сжатия характеризуется сильной неоднородностью давления по направлению ее распространения. Интенсивность волны уменьшается, а ширина фронта увеличивается. В головной части волны возникают две пульсации. Уровень нагрузки материала достаточно низок и упругая деформация преобладает в течении материала. Когда скорость удара о стенку возрастает, становится существенной пластическая деформация пористой структуры. Это проявляется на рисунке 11б, где при скорости удара 300м/с ясно видна двухволновая структура. Структура упругого предвестника и его эволюция, аналогичны тем, которые показаны на рисунке 11а. Амплитуда упругого предвестника равна 0.2 ГПа. Фронт пластической волны еще неоднороден, но его ширина намного меньше, чем для упругих волн. На рисунках 11в и 11г, при скорости  $U_0=500\text{м/с}$  и  $1000\text{м/с}$  соответственно, интенсивность пластической волны увеличивается, а ее ширина продолжает сокращаться. Упругий предвестник постепенно сокращается, тогда как скорость пластической волны растет. На скоростях удара 2000 м/с и 3500 м/с (рисунок 11д и рисунок 11е соответственно) образуется ударная волна. За фронтом ударной волны возникают колебания в результате схлопывания пор.

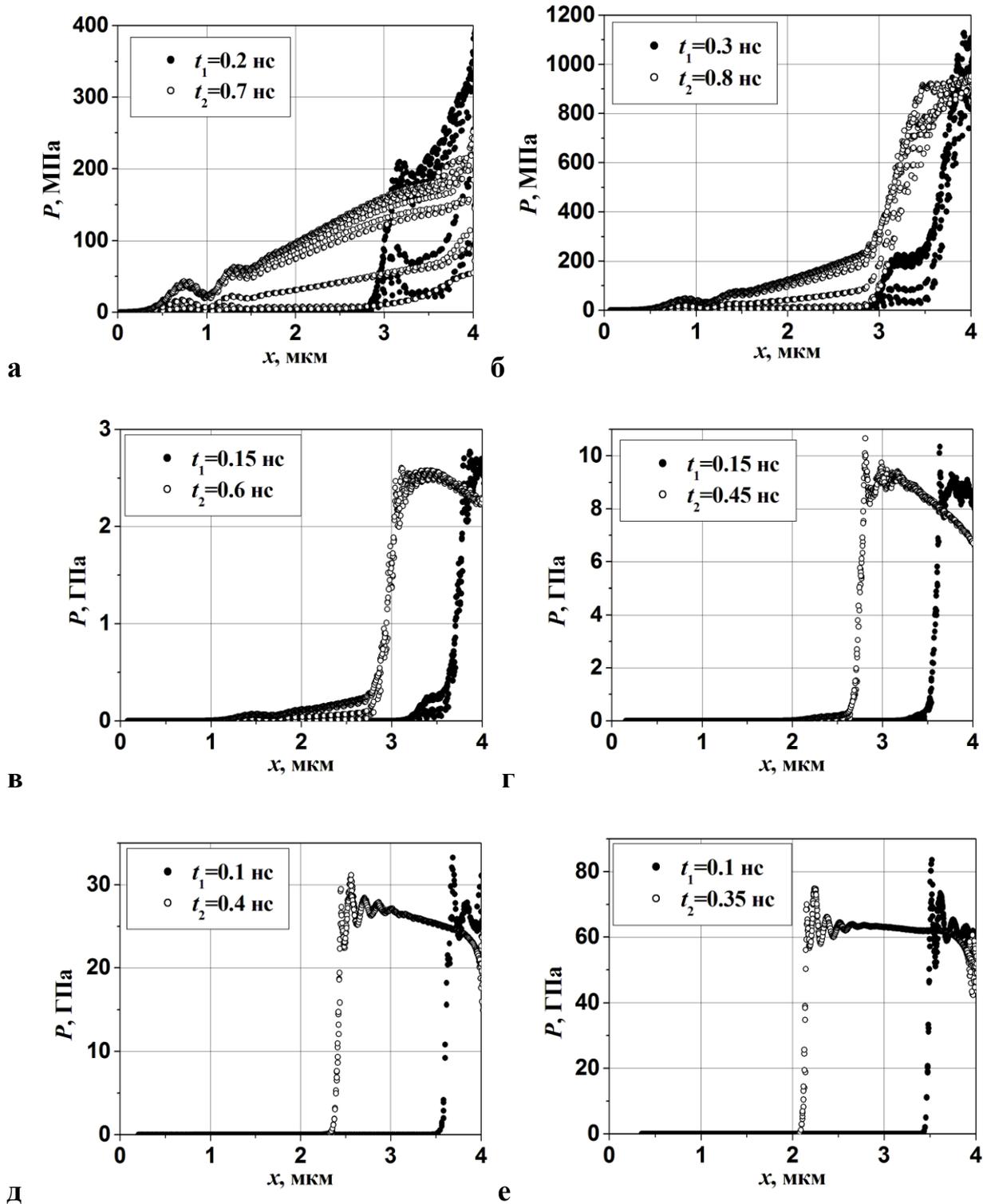


Рисунок 11 – Профили давления при скорости удара  $U_0=100\text{м/с}$  (а),  $300\text{м/с}$  (б),  $500\text{м/с}$  (в),  $1000\text{м/с}$  (г),  $2000\text{м/с}$  (д),  $3500\text{м/с}$  (е). Размер поры  $l=0.04 \text{ мкм}$

Профили давления на рисунке 11а–е были использованы для определения фазовых скоростей: скорости ударной волны и скорости перемещения страт

давления. В системе координат, привязанной к жесткой стенке, скорость ударной волны определяется как

$$U_{s0} = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) \quad (61)$$

Координаты  $x_1$  и  $x_2$  приняты для полуамплитуды скачка давления во время  $t_1$  и  $t_2$  соответственно. Ударная волна распространяется от жесткой стенки в отрицательном направлении оси  $X$ , поэтому значение  $U_{s0}$  отрицательно. Скорость ударной волны  $U_s$  и скорость частиц  $U_p$  в системе координат, движущейся со скоростью удара пластины  $U_0$ , равняются

$$U_s = U_0 - U_{s0}, \quad U_p = U_0 \quad (62)$$

Адиабата Гюгонио в координатах  $U_p$ ,  $U_s$  представлена на рисунке 12 сплошными треугольниками ( $\blacktriangle$ ).

Экспериментальные данные [22] для  $m=1.43$  и  $m=1.25$  также показаны значками ( $\bullet$ ) и ( $\blacksquare$ ), соответственно. Расчетная кривая Гюгонио 1 располагается между экспериментальными кривыми. При низких значениях скорости частицы,  $U_p < 1000$  м/с, вычисляемая Гюгонио отклоняется от линейной интерполяции  $U_s = 1850 + 1.97U_p$  (штрихпунктирная линия 2). Это отражает преобладание пластичного поведения материала в процессе уплотнения. На скорости частиц менее 200 м/с, когда при уплотнении материала упругая деформация преобладает, волновая скорость возрастает до звуковой скорости ( $\approx 5200$  м/с).

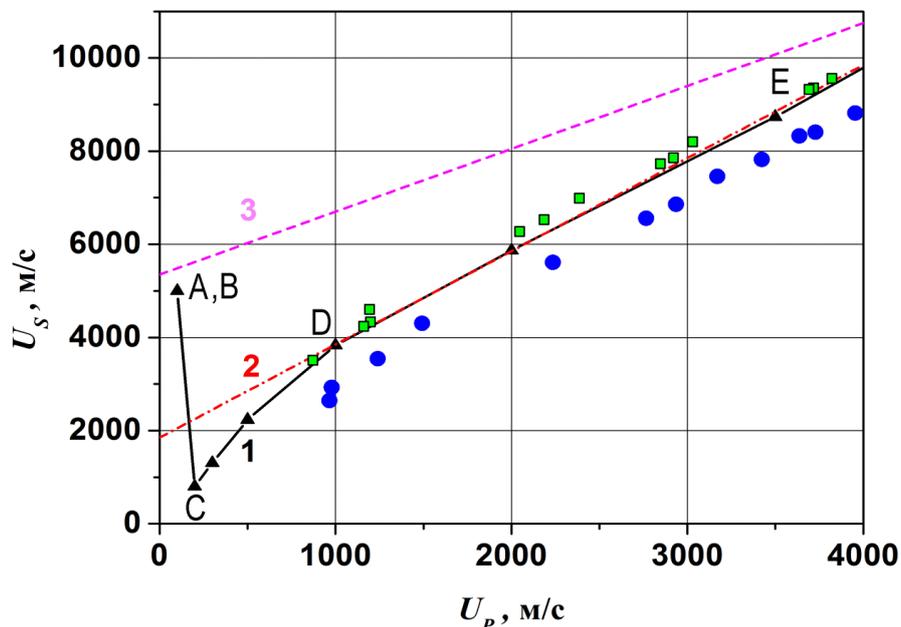


Рисунок 12 – Вычисленные значения  $U_p$ ,  $U_s$  для адиабаты Гюгонио ( $\blacktriangle$ , кривая 1) в алюминии для пористости  $m=1.333$ , линейная экстраполяция  $U_s = 1850 + 1.9U_p$  для  $m=1.333$  (штрихпунктирная линия 2) и  $U_s = 5350 + 1.35U_p$  для  $m=1$  (пунктирная линия 3).

Экспериментальные данные для  $m=1.43$  ( $\bullet$ ) и для  $m=1.25$  ( $\blacksquare$ ) взяты из [22]

Точки А,В соответствуют чисто упругому отклику материала на слабое ударное нагружение. Структура материала не претерпевает существенных деформаций, и слабое возмущение распространяется со скоростью звука. Участок В-С соответствует процессу нагружения с разрушением перемычек между порами. На участке адиабаты С-Д происходит частичное компактирование материала в пластических деформациях. Участок адиабаты D-E соответствует достаточно сильному ударноволновому сжатию, при котором процесс схлопывания пор уже не оказывает существенного влияния на линейный характер зависимости  $U_s = f(U_p)$ . Таким образом, участок А-В-С-D отображает режимы нагружения пористого материала с неполным закрытием пор.

В работе [23] при помощи интерферометра VISAR и датчиков давления были получены экспериментальные профили волн сжатия в образце из пористого алюминия с  $m=1.1$  при ударе по нему алюминиевым ударником со скоростью  $U_0=314\text{м/с}$ . Экспериментальные профили из [23] хорошо согласуются с представленными на рисунке 11.

На расчётной ударной адиабате выделяются три участка: упругого, упругопластического и ударно-волнового сжатия, что согласуется с теоретическими представлениями о ходе адиабат для пористых материалов и смесей в области низких нагрузок, когда нельзя пренебрегать упругопластической составляющей течения.

В главе 3 с помощью рассчитанных полей течений материала показаны основные моменты динамики нагружения: многоволновая ударная структура при низкой интенсивности удара, схлопывание пор в сильной ударной волне, формирование сжатия материала в два этапа во фронте, образование осцилляций давления за ударным фронтом и влияние теплопроводности на затухание колебаний. Вычисленная адиабата Гюгонио пористого алюминия хорошо согласуется с экспериментальными данными.

**В четвёртой главе** проведено численное моделирование структуры ударных волн, распространяющихся в гетерогенной среде, состоящей из двух компонент, несущей и примесной. В качестве компонент были выбраны вольфрам, литий и свинец, чтобы рассмотреть поведение среды при разных сочетаниях плотности и акустической жёсткости несущей и примесной фаз. Металлическая несущая фаза образует ячеистую мезоструктуру, ячейки которой заполнены другим металлом. Задача, решаемая в данной главе, была поставлена для изучения ударного нагружения пористой первой стенки blankets термоядерного реактора, насыщенного жидким теплоносителем, а также для изучения релаксационных процессов за ударной волной в смеси теплоносителя и мелкодисперсных металлических частиц. Задача решалась в

плоской двумерной постановке в термо-упруго-пластическом приближении. Неоднородность среды задавалась включением в несущую фазу (скелет) цепочки восьмиугольных включений примесной фазы. Каждый восьмиугольник примесной фазы содержал 120 SPH-частиц и был окружён 136 частицами несущей фазы, что составляло элементарную квадратную ячейку размером  $16 \times 16$  частиц. Отношение объемных долей несущей фазы и примеси составляет в этом случае  $136:120 = 1.13$ , т.е. близкую к единице величину. Элементарная квадратная ячейка имеет площадь  $l \times l$ . Расчетная область ограничена единичным слоем высотой  $l$  с жесткими горизонтальными и вертикальной левой стенками. Расчетная область имеет начальную протяженность от соударяемой жесткой стенки до свободной поверхности  $L=32l$ , то есть содержит 32 элементарных ячейки. На рисунке 13 показан фрагмент расчётной области в начальный момент времени.

Число SPH-частиц для области протяжённостью  $L$  составляет 8192. Размер элементарной ячейки среды принимался различным с целью исследовать влияние на характер релаксации масштабного фактора:  $l \times l = 0.16 \times 0.16$  мкм ( $L = 5.12$  мкм),  $l \times l = 1.6 \times 1.6$  мкм ( $L = 51.2$  мкм) и  $l \times l = 16 \times 16$  мкм ( $L = 512$  мкм). В расчёте на каждом шаге по времени запоминаются значения термодинамических и кинематических параметров для каждой SPH-частицы, что позволяет построить профиль давления, температуры и скорости после прохождения ударноволнового фронта по материалу.

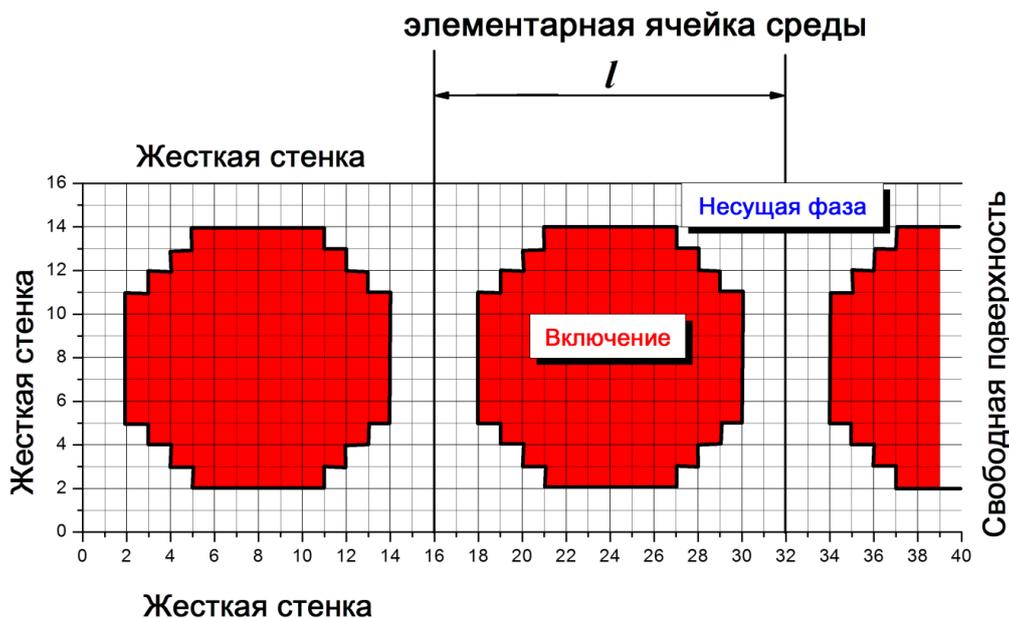


Рисунок 13 – Схема расчётной области

Моделируемый образец материала в момент времени  $t=0$  приобретает скорость  $U_p = 2000$  м/с в направлении начала координат. Ударно-волновой

фронт при этом движется от жесткой стенки к свободной поверхности, слева направо со скоростью  $U_s - U_p$ . Условия на горизонтальных жестких стенках, ограничивающих единичный слой, эквивалентны периодическому повторению этого слоя вдоль оси  $y$ . Таким образом, численное моделирование единичного слоя эквивалентно моделированию образца произвольной протяженности, образованного периодическим повторением единичного слоя вдоль оси  $y$ . Производилось моделирование двух вариантов гетерогенной среды: «тяжелая» несущая фаза + «легкие» включения и «легкая» несущая фаза + «тяжелые» включения.

Термодинамические свойства компонент описываются уравнением состояния (48). Проведенные расчеты показали, что течение за фронтом ударной волны характеризуется пульсациями в полях давления, температуры и скорости. Проанализирован физический эффект скоростной неравновесности, ответственный за релаксацию полей гидродинамических параметров к установившимся значениям на фронте ударного импульса, без возбуждения колебаний за фронтом, как показано на рисунке 14, где представлены результаты расчёта удара о жесткую стенку слоя лития, содержащего изолированные включения твердого вольфрама. В таком материале ширина фронта увеличивается в 3-4 раза по сравнению с образцом с твёрдым скелетом и жидкими включениями, пульсации давления за фронтом импульса практически отсутствуют. Как видно из рисунка 14, где показан профиль давления для двух моментов времени, профиль близок к стационарному.

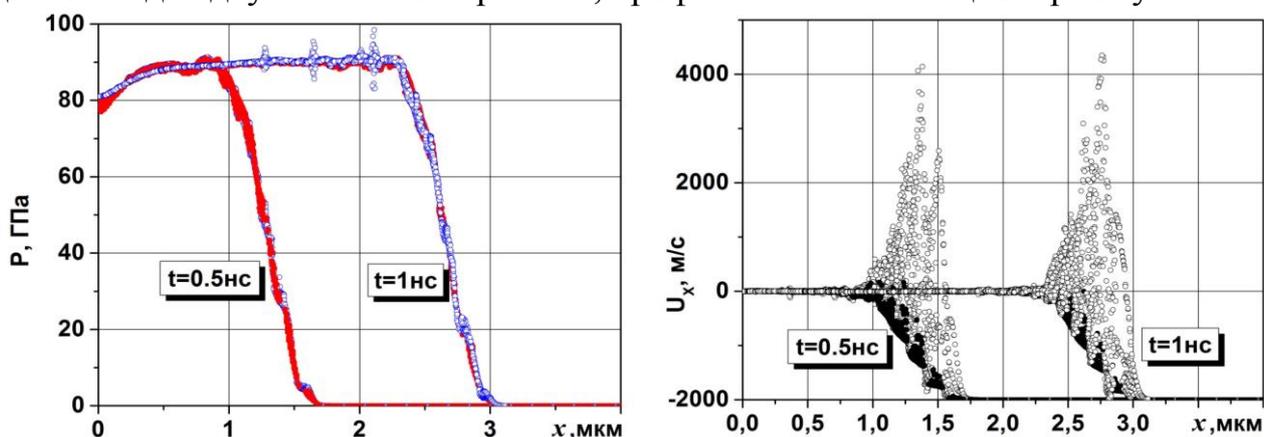


Рисунок 14 – Профиль давления и скорости в литии с изолированными включения вольфрама ( $l=0.16$  мкм) на моменты времени  $t=0.5$  нс и  $t=1$  нс (● – вольфрам, ○ – литий)

Скорость части несущей фазы во фронте при этом направлена от жесткой стенки и достигает величины 4000 м/с, что вдвое выше скорости соударения со стенкой. Сравнение профилей давления и скорости в вольфраме, содержащем включения лития (рисунок 15) с профилями давления и скорости в литии, содержащем включения вольфрама, показывают качественное различие в

процессах релаксации для обоих материалов. В первом случае ширина ударного фронта, как показано на рисунке 15а, составляет примерно 0.2 мкм, а зона релаксации давления примерно 2 мкм. Зона релаксации скорости (рисунок 15б) несколько меньше и составляет 1.5 мкм.

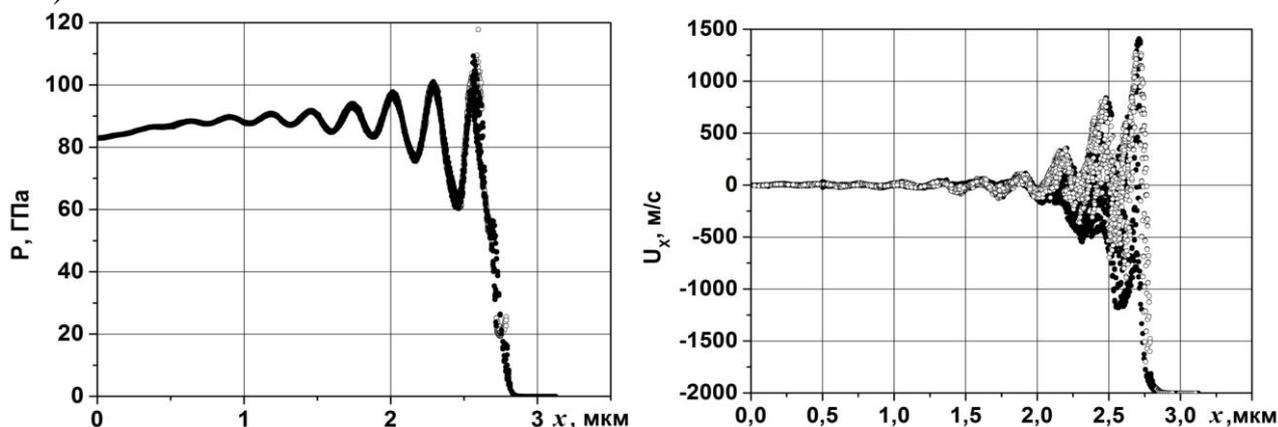


Рисунок 15 – Профиль давления и скорости в вольфраме, содержащем изолированные литиевые включения ( $l=0.16$  мкм) на момент времени  $t=1$  нс (● – вольфрам, ○ – литий)

В пятой главе представлены результаты численного моделирования мезоструктуры течения за фронтом детонационной волны, распространяющейся по гетерогенным взрывчатым веществам. Решалась плоская двумерная задача о движении детонационной волны от жесткой стенки по прямоугольной области, заполненной взрывчатым веществом, содержащем вакуумные пустоты. Верхняя и нижняя границы области являлись жесткими стенками. Инициирование детонации осуществляется коротким ударом по левой границе взрывчатого вещества пластиной из вольфрама со скоростью 1600 м/с, для чего всем SPH-частицам ударника через некоторое время после удара (обычно это время составляло в расчете 0.05 мкс) приписывалась скорость, равная нулю. Расчетная область, вертикальный период которой представлен на рисунке 16, составляла  $x \times y = 1000 \times 40 d^2$  (где  $d$ -диаметр SPH-частицы), а толщина пластины равнялась  $50d$ . В расчетной области располагалось от 10000 до 20000 SPH-частиц. Изменение средней плотности ВВ при таком задании расчетной области осуществляется изменением диаметра пор. Детонационная волна распространялась вправо.

Поры моделировалась регулярной по координате  $X$  цепочкой окружностей. Располагались поры в шахматном порядке, что достигалось сдвигом каждой чётной (по координате  $Y$ ) цепочки пор на  $\frac{1}{2}$  периода по координате  $X$ . В расчетах изменялся размер пор  $\delta$ .

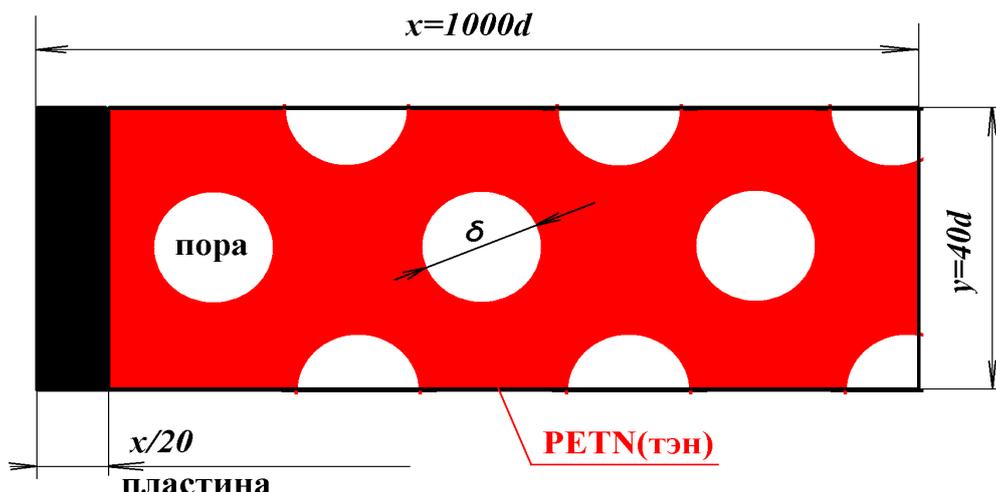


Рисунок 16 – Расчетная область ( $d$  – диаметр SPH-частицы)

При моделировании учитывались структурные неоднородности порядка  $10^{-4} \div 10^{-5}$  м. Форму и количество пор необходимо задавать на этапе подготовки исходных данных, исходя из представлений о мезоструктуре пористого ВВ. Допускается наличие трёх типов SPH-частиц:

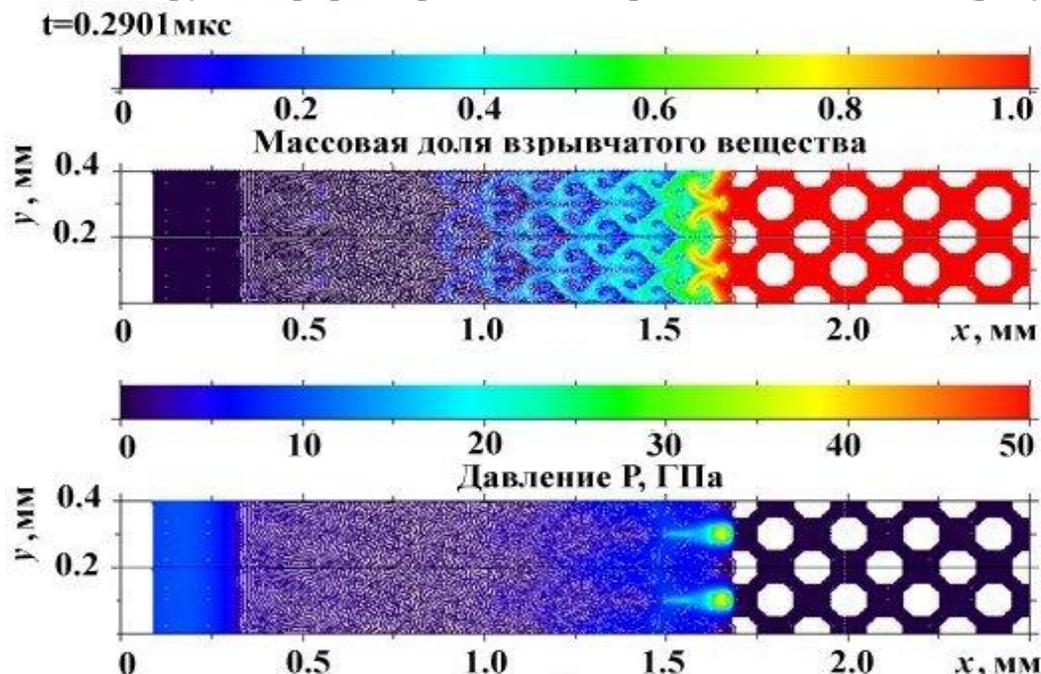
- частицы, содержащие взрывчатое вещество;
- частицы, содержащие продукты детонации;
- «смешанные» частицы, содержащие одновременно ВВ и ПД.

В последнем случае обе фазы (ВВ и ПД) перемешаны по всему объёму SPH-частицы и находятся в равновесии по давлению, скорости и температуре. Для расчета взрывчатого разложения ВВ к «смешанным» SPH-частицам применимы макрокинетические уравнения горения, а также уравнения состояния, позволяющие корректно описать обе фазы.

Для конденсированного состояния и продуктов детонации использовалось известное уравнение состояния Джонса-Уилкинса-Ли (JWL) [24] с константами, взятыми для взрывчатого вещества нормальной плотности. Разложение взрывчатого вещества моделировалось с помощью макрокинетического уравнения «ignition and growth» [25], согласованного с уравнениями состояния JWL. Для валидации метода было проведено численное моделирование эффекта кумуляции продуктов взрыва в микроканале взрывчатого вещества (тэн). Получено согласие с экспериментами по вхождению детонационной волны в микроканал взрывчатого вещества.

Было установлено, что структура течения в детонационной волне, распространяющейся в пористом взрывчатом веществе, существенно зависит от масштаба пор. При сопоставимых размерах пор и зоны разложения взрывчатого вещества наблюдается инициирование детонации в горячих пятнах,

образующихся на поверхности поры при ударе кумулятивной струи продуктов детонации или струи непрореагировавшего взрывчатого вещества (рисунок 17).



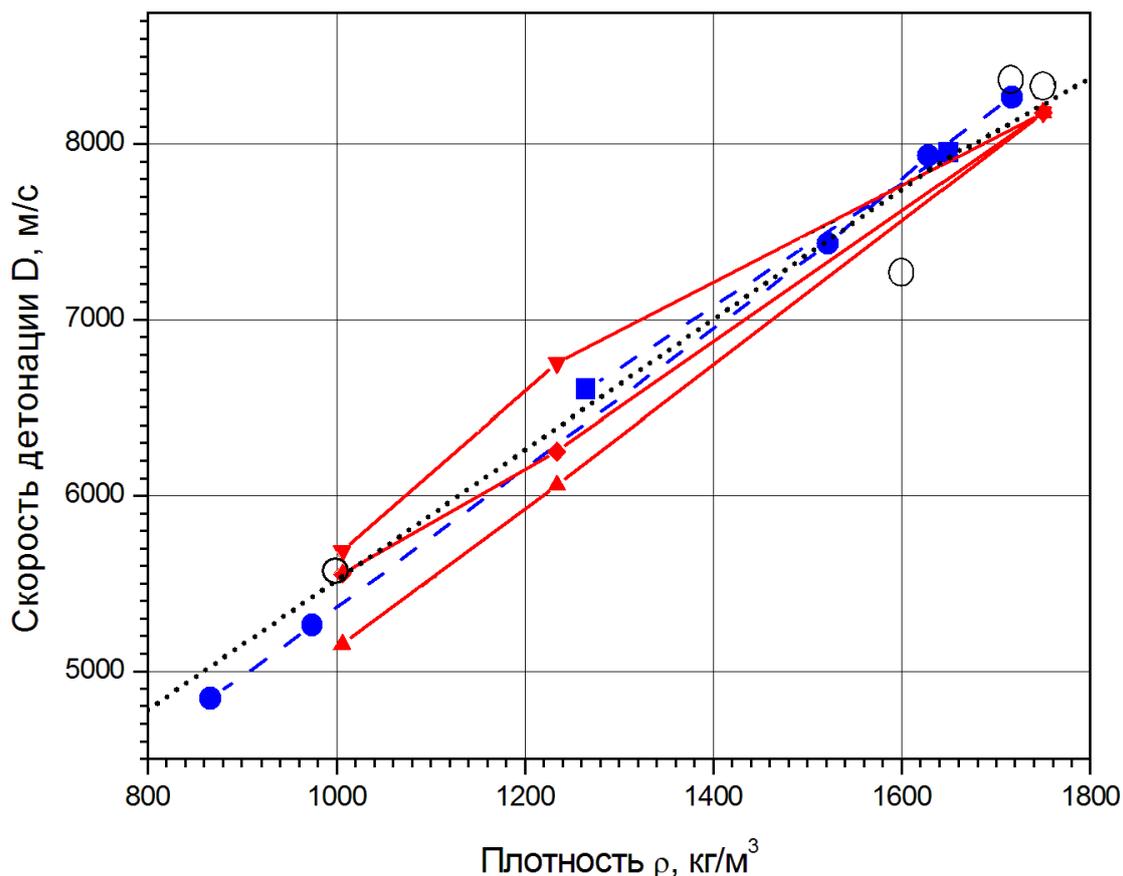
**Рисунок 17 – Процесс движения детонационной волны по взрывчатому веществу (тэн) с начальной плотностью  $\rho_0=1006\text{кг/м}^3$ . Размер пор  $\delta=0.1\text{мм}$**

Для определения зависимости скорости детонации PETN (тэн) от средней плотности были проведены расчеты для ВВ с размерами пор  $\delta=0.1\text{мм}$ ,  $\delta=0.4\text{мм}$  и  $\delta=1\text{мм}$  при неизменной расчетной области. Результаты расчетов представлены на рисунке 18. Там же нанесены экспериментальные значения из [26] и [27] для ВВ (тэн). В работе [26] приведена эмпирическая зависимость скорости детонации от плотности ВВ (тэн), полученная обработкой большого числа опытов:

$$D = \begin{cases} 4780 + 3.7(\rho_0 - 800), & \rho_0 \leq 1650 \\ 7920 + 3.05(\rho_0 - 1650), & \rho_0 > 1650 \end{cases} \quad (63)$$

Из рисунка 18 можно видеть, что результат двумерного моделирования по коду SPH (расчет при диаметре пор 0.4мм) практически совпадает с (63) и другими экспериментальными данными.

Была решена задача о скользящей детонации в слоях гетерогенного взрывчатого вещества насыпной плотности, состоящем из частиц гексогена (RDX) и соли (NaCl). Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными. При численном моделировании процесса детонации смеси гексоген/NaCl выделяется расчетная область, в которой располагаются SPH-частицы, содержащие гексоген или NaCl. Верхняя граница области полагается свободной, нижняя граница является жесткой стенкой.



**Рисунок 18 – Скорость детонации пористого PETN (тэн) в зависимости от плотности ВВ; ○ – расчет по модели ЗНД с константами JWL из [25], ▲ – расчет SPH для пор диаметром 0.1мм, ◆ – расчет SPH для пор диаметром 0.4мм, ▼ – расчет SPH для пор диаметром 1мм, ● - эксперимент [27], ■ - эксперимент [26], --- расчет по соотношению (63)**

Расчетная область представляется в виде периодического повторения квадратной подобласти, называемой шаблоном (рисунок 19). Шаблон в свою очередь разбивается на пространственные ячейки, каждая из которых заполняется (полностью или частично) SPH-частицами. При частичном заполнении ячеек поры в смеси формируются естественным образом как пустые подобласти, в которых SPH-частицы отсутствуют.

Форму и количество пор, а также форму и количество гранул компонент необходимо задавать на этапе подготовки шаблона, исходя из представлений о мезоструктуре смеси. Алгоритм заполнения расчетной области SPH-частицами в описанном подходе сводится к периодическому повторению шаблона вдоль каждой из координат.

Шаблон представляет собой подобласть пространства из  $10 \times 10$  квадратных ячеек (рисунок 19), в каждой из которых размещается одна SPH-частица, соответствующая ВВ или NaCl (либо ячейка остаётся пустой и

соответствует вакууму). Геометрические размеры SPH-частицы, содержащей ВВ или NaCl, равны геометрическим размерам ячейки. Расчетная область содержит, таким образом,  $45 \times 5 = 225$  шаблонов. Все SPH-частицы (как содержащие ВВ, так и содержащие NaCl) имеют одинаковые размеры.

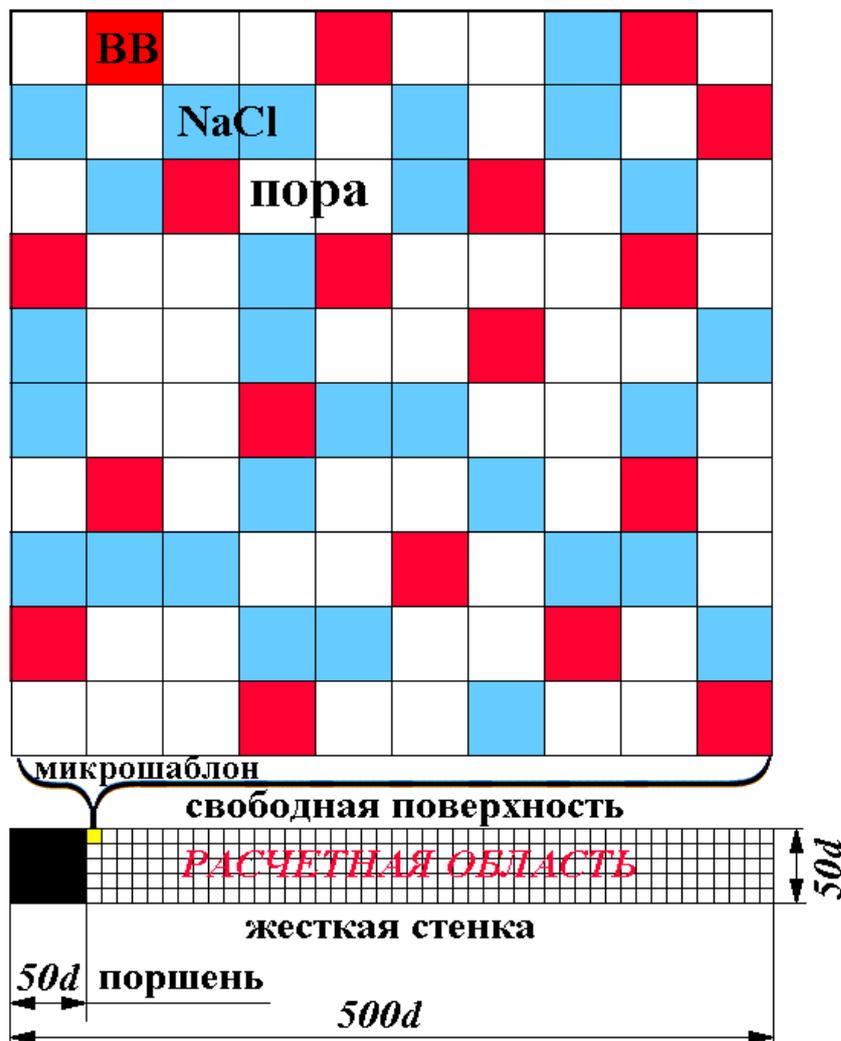


Рисунок 19 – Расчетная область ( $t=0$ ) при использовании шаблона, задающего мезоструктуру смеси из 18 SPH-частиц гексогена и 28 SPH-частиц NaCl ( $d$  – размер ячейки шаблона)

При начале расчета пластина-ударник имеет заданную скорость 2500м/с. Через некоторое время  $t^*$  после удара (обычно в расчете  $t^*$  принималось от 0.5 до 1мкс) всем SPH-частицам пластины-ударника приписывается скорость, равная нулю. Таким образом, металлический поршень инициирует детонацию и останавливается в момент  $t^*$ . На рисунке 19 толщина пластины-ударника равняется  $50d$ . Детонационная волна распространяется вправо.

Из рисунка 19 можно предположить, что практически все SPH-частицы инертной примеси будут взаимодействовать с SPH-частицами продуктов детонации, то есть реализуется случай, описанный в главе 1, когда одна из

частиц расширяется, сжимая вещество другой. Моделировать смесь насыпной плотности, представленную на рисунке 19, не представляется возможным с помощью стандартного метода SPH или конечно-разностным способом.

В работе [28] экспериментально были измерены скорости детонации в смеси ВВ (гексоген) и соды для различных толщин слоя смеси и различных размерах гранул ВВ, входящих в смесь. В эксперименте использовались порошки гексогена с размером частиц  $1\div 3$  мкм или с размером частиц  $\approx 70$  мкм. Первый случай достаточно сложен для численного моделирования на уровне мезомасштаба, так как требует чрезмерных вычислительных затрат. В показанных выше расчётах минимальный размер SPH-частицы при моделировании полагался 40 мкм. Результаты численного моделирования оказались близки к данным эксперимента (рисунок 20). Расхождение расчётных и экспериментальных результатов составило  $\pm 150$  м/с, или примерно 5% от установившегося значения скорости детонации. При этом достаточно точно определены критическая толщина слоя смеси ( $\approx 2$  мм) и ход изменения скорости детонации в зависимости от роста толщины слоя  $H$ .

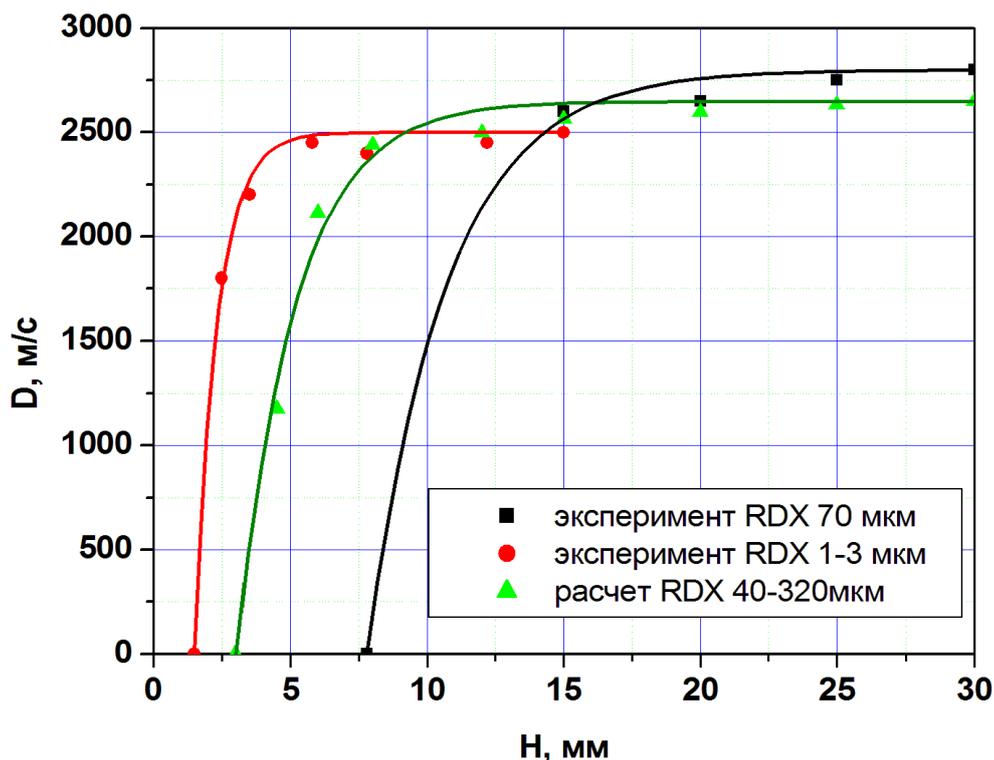


Рисунок 20 – Скорость детонации в смеси ВВ (гексоген) и инертной добавки (NaCl) в зависимости от толщины слоя смеси  $H$ ; ● – расчет с использованием при размере частиц ВВ  $40\div 320$  мкм, ■ – эксперимент (смесь гексоген/сода при размерах частиц ВВ  $1\div 3$  мкм).

Расчеты детонации смеси ВВ с инертным материалом проводились с использованием единого шаблона для описания мезоструктуры смеси (рисунок

19), в различных расчётах изменялись только абсолютные размеры шаблона. Таким образом, каждый из слоёв смеси толщиной  $H$  содержал одинаковое число частиц  $\approx 13000$  независимо от величины  $H$  и с увеличением  $H$  изменялись исходные размеры частиц.

**В Приложении** представлен алгоритм для расчета разрушения хрупких материалов по модели Джонсона-Холмквиста (JH-2), использованный в главе 2 диссертации для валидации кода SPH.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации рассмотрено применение решения задач распада разрывов (гидродинамического и температурного) к среде из «гладких частиц» в численном методе SPH, для описания взаимодействия SPH-частиц. Впервые были получены новые уравнения численного метода SPH, основанные на решении задач распада разрывов. Показано, что разработанный метод обладает более высокой точностью в окрестностях контактных границ, чем стандартный метод SPH, использующий искусственную вязкость. Разработанный метод обеспечивает монотонность решения в окрестности контактных границ и показал свою эффективность при мезомеханическом моделировании ударно-волновых процессов в гетерогенных средах с большим числом контактных разрывов плотности. Рассчитанные интегральные характеристики отклика среды на ударное воздействие находятся в хорошем соответствии с результатами экспериментов. При этом получены следующие результаты:

1. При решении тестовых задач проведено моделирование волн разрушения в стеклянных пластинах и обнаружены двухволновые и трёхволновые конфигурации волн разрушения.

2. Проведено исследование влияния масштаба мезоструктуры пористого алюминия в диапазоне изменения размера пор 40нм-400мкм на динамическую и тепловую релаксацию за фронтом ударной волны. Определены характерные значения размера пор, при которых динамическая и тепловая релаксация происходит независимо, а также диапазон размера пор, в котором оба типа релаксации реализуются одновременно. В последнем случае обнаружено взаимное влияние динамической и тепловой релаксации на установление равновесного состояния пористого материала, сжатого ударной волной. Предложена методика определения ударных адиабат пористого материала в переменных «скорость частиц – скорость ударной волны» по расчётным распределениям параметров течения. Построена ударная адиабата для пористого алюминия в килобарном диапазоне давлений, для которого отсутствуют экспериментальные данные. Получены картины расщепления

фронта ударной волны и формирования псевдоскачка при малой интенсивности сжатия материала. Результаты вычислительных экспериментов подтверждают, что моделирование отклика пористой среды на ударное воздействие можно производить, зная характеристики сплошного материала при нормальных условиях, без привлечения эффективных характеристик пористого материала. При этом в расчётах воспроизводятся такие особенности интегрального отклика материала на ударное воздействие, как аномальный ход ударной адиабаты при высокой пористости или вид адиабаты в области неполного схлопывания пор при низких уровнях нагружения материала.

3. Проведено численное моделирование распространения ударных волн в металлических гетерогенных средах, а именно в твёрдом металле с жидкими включениями и в жидком металле с твёрдыми включениями. Установлено, что в материалах второго типа скоростная неравновесность является доминирующим фактором в формировании структуры ударной волны. Скольжение жидкой фазы относительно твердых включений существенно увеличивает ширину фронта, так что релаксация параметров среды к установившимся значениям завершается в ударном фронте.

4. Разработан SPH-код для моделирования распространения детонационных волн в гетерогенных взрывчатых веществах. Осуществлено усовершенствование математической модели с помощью алгоритмов расчета термодинамических свойств по уравнению состояния JWL и процесса разложения взрывчатых веществ по согласованному с ним макрокинетическому уравнению.

5. Проведено численное моделирование мезоструктуры течения в детонационной волне, распространяющейся в пористом взрывчатом веществе. Проведен анализ эволюции структуры течения при распространении детонационной волны по пористой среде в зависимости от размера пор при одинаковой средней плотности. Установлено, что при достаточно большом размере пор распространение детонационной волны определяется ее дифракцией на перегородках пористой структуры. При сопоставимых размерах пор и зоны разложения ВВ наблюдается инициирование детонации в горячих пятнах, образующихся на поверхности поры при ударе кумулятивной струи. Достигнуто хорошее согласование данных по скорости детонационной волны в пористом взрывчатом веществе PETN (тэн), полученных в двумерных расчетах, с данными экспериментов и расчетов по модели Зельдовича-Неймана-Дёринга.

6. Решена задача по распространению скользящей детонации в смеси насыпной плотности из порошкообразного взрывчатого вещества с инертной добавкой. Получено качественное и количественное согласие результатов моделирования с данными эксперимента.

Результаты работы указывают на то, что методы мезомеханики в сочетании с разработанным методом SPH позволяют прогнозировать отклики на ударное воздействие гетерогенных сред, используя индивидуальные свойства веществ, составляющих компоненты такой среды.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Физматлит, 2008. 656с.
2. *Трунин Р.Ф., Крупников К.К., Симаков Г.В., Фунтиков А.И.* Ударно-волновое сжатие пористых металлов // Ударные волны и экстремальные состояния вещества / Под ред. В.Е.Фортова, Л.В.Альтшулера, Р.Ф. Трунина, А.И.Фунтикова. – М.: Наука, 2000. С. 121.
3. *Seitz M.W., Skews B.W.* Effect of compressible foam properties on pressure amplification during shock wave impact // *Shock Waves*. 2006. V. 15. P. 177.
4. *Zhao H. et al.* Perforation of aluminium foam core sandwich panels under impact loading // *Int. J. Impact Eng.* 2007. V. 34. P. 1147.
5. *Ioilev A.G. et al.* Numerical model of ductile fracture kinetics: comparison of results of 2-D simulations to experimental data // *Int. J. Impact Eng.* 2003. V.29. P. 369.
6. *Boade R.R.* Compression of porous copper by shock waves // *J. Appl. Phys.* 1968. V. 39. P. 5693
7. *Boade R.R.* Dynamic Compression of Porous Tungsten // *J. Appl. Phys.* 1969. V. 40. P. 3781
8. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ. / Под ред. Трунина Р.Ф. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001. 446 с.
9. *Thoma K., Riedel W., Hiermaier S.* Mesomechanical Modeling of Concrete Shock Response Experiments and Linking to Macromechanics by Numerical Analysis // ECCM'99. Munich. Germany. 1999. URL: <http://hsrlab.gatech.edu/AUTODYN/papers/paper104.pdf>
10. *Menikoff R.* Interfaces and Reactive Flow // Los Alamos National Laboratory Report . LA-UR-06-7005. 2006.
11. *Monaghan J.J.* Particle methods for hydrodynamics // *Comput. Phys. Rep.* 1985. V.3. No. 2. P.71.
12. *Бом Д.* Квантовая теория. – М.: ГИФМЛ. 1961. 728с. С.260.
13. *Wingate C.A., Fisher H.N.* Strength Modeling in SPHC / Los Alamos National Laboratory Report. LA-UR-93-3942. 1993.

14. *Monaghan J.J.* SPH and Riemann Solvers // *J. Comp. Phys.* 1997. V.136. P. 298.
15. *Cleary P.W., Monaghan J.J.* Conduction Modeling Using Smoothed Particle Hydrodynamics // *J. Comp. Phys.* 1999. V.148, P. 227.
16. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964.
17. *Уилкинс М.Л.*, Расчёт упруго-пластических течений.// Вычислительные методы в гидродинамике. / Под ред. Б.Олдера, С.Фернбаха, М.Ротенберга.– М.: Мир, 1967. С.212-263.
18. *Канель Г.И., Разоренов С.В., Фортвов В.Е., Абахезов М.М.* Влияние волны разрушения на динамику импульса сжатия в стекле // 4-е Всесоюзное совещание по детонации – Черногоровка: ИФХ АН СССР, 1988. Т.2. С.104-110.
19. *Kanel G.I., Rasorenov S.V., Fortov V.E.* The failure waves and spallation in homogeneous brittle materials // *Shock Compression of Condensed Matter.* / Eds. Schmidt S.C. et al.– Amsterdam: Elsevier, 1992. P. 451-454.
20. *Partom Y.* Modeling failure waves in glass // *Int. J. Impact Engng.* 1998. V.21. No.9. P. 791-799.
21. *Johnson G.R., Holmquist T.J.* Response of boron carbide subjected to large strain, high strain rates, and high pressures // *J. Appl. Phys.* 1999. V.85. No.12. P. 8060-8073.
22. *Мак-Куин Р. и др.* Уравнение состояния твердых тел по результатам исследований ударных волн // В сб. «Высокоскоростные ударные явления» / Под ред. Кинслоу Р. – М.: Мир, 1973. 533 с.
23. *Bonnan S. et al.* Experimental characterization of quasi static and shock wave behavior of porous aluminum // *J. Appl. Phys.* 1998. V. 83. P. 5741
24. *Kapila A.K., Schwendeman D.W., Bdzil J. B., Henshaw W.D.* A study of detonation diffraction in the ignition-and-growth model // *Combust. Theory and Modeling.* 2007. V. 11. P. 781.
25. *Lee E.L., Tarver C.M.* Phenomenological model of shock initiation in heterogeneous explosives // *Phys. Fluids.* 1980. V.23(12). P. 2362.
26. *Физика взрыва* / Под ред. Л.П.Орленко – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002 – Т.1 – 832с.
27. *Куропатенко В.Ф.* Модели механики сплошных сред – Челябинск: Челяб. Гос. Ун-т, 2007. 302с
28. *Andreevskikh L.A., Deribas A.A., Drennov O.B., Mikhailov A.L. et al.* Mixed Explosives for Explosive Welding of Thin Materials // X International Symposium on EPNM-2010 – Sep. 7-11, Bechichi, Montenegro. 2010.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА

1. *Паршиков А.Н.* Применение решения задачи Римана в методе частиц // ЖВМиМФ. 1999. Т.39. №7. С. 1216-1225.
2. *Parshikov Anatoly N., Medin Stanislav A., Loukashenko Igor I., Milekhin Valery A.* Improvements in SPH method by means of interparticle contact algorithm and analysis of perforation tests at moderate projectile velocities // Int. J. Impact Engng. 2000. v.24. No.8. P. 779-796.
3. *Parshikov A.N., Medin S.A.* Smoothed Particle Hydrodynamics Using Interparticle Contact Algorithms // J. Comp. Phys. 2002. v.180. P. 353-382.
4. *Медин С.А., Паршиков А.Н.* Развитие метода SPH и его применение в задачах гидродинамики конденсированных сред // ТВТ. 2010. Т.48. №6. С. 973-980.
5. *Иванов М.Ф., Паршиков А.Н.* Численное моделирование динамики ударных волн в композиционном материале // ТВТ. 1993. Т.31. №1. С.92-96.
6. *Kanel G.I, Ivanov M.F, Parshikov A.N.* Computer simulation of the heterogeneous materials response to the impact // Int. J. Impact Engng. 1995. v.17. No.1-3. P. 455-464.
7. *Basko M., Churazov M., Ivanov P., Koshkarev D., Medin S.A., Orlov Yu., Parshikov A., Sharkov B., Suslin V.* Power plant conceptual design for fast ignition heavy-ion fusion // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2005. v.544.
8. *Orlov Yu.N., Basko M.M., Churazov M.D., Ivanov P.P., Koshkarev D.G., Medin S.A., Parshikov A.N., Sharkov B.Yu. and Suslin V.M.* Energy conversion in a reactor chamber for fast в ignition heavy ion fusion // Nucl. Fusion. 2005.v.45.
9. *Fortov V.E., Lebedev E.F., Luzganov S.N., Kozlov A.V., Medin S.A., Parshikov A.N., Polistchook V.P. and Shurupov A.V.* Railgun experiment and computer simulation of hyper-velocity impact of lexan projectile on aluminum target // Int. J. Impact Engng. 2006. v.33. P. 254-263.
10. *Медин С.А., Паршиков А.Н., Орлов Ю.М, Лозицкий И.М.* Термомеханические процессы в бланкете реактора ИТС при циклическом воздействии нейтронного флюенса // Атомная энергия. 2011. Т.110, вып.2. С.92-100.
11. *Минеев В.Н, Набоко И.М., Паршиков А.Н., Петухов В.А., Фортвов В.Е, Гостинцев Ю.А. Гусев П.А.* Горение и взрыв в замкнутой конической полости. Физический эксперимент // ТВТ. 1999. Т.37. №2. С.313-318.

12. *Минеев В.Н., Набоко И.М., Паршиков А.Н., Петухов В.А., Фортков В.Е., Гостинцев Ю.А. Гусев П.А.* Горение и взрыв в замкнутой конической полости. Численный эксперимент // ТВТ. 1999. Т.37. №3. С.457-463.
13. *Паршиков А.Н., Медин С.А.* Численное моделирование волн разрушения при ударном сжатии стекол // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4 Т.5. С.2417-2418.
14. *Медин С.А., Паршиков А.Н.* Моделирование распространения волн разрушения при ударном сжатии хрупких материалов (стекол) // Механика Твердого Тела, №2, 2012. С.102-113.
15. *Паршиков А.Н., Медин С.А.* Применение решений распада разрывов в методе SPH / Математическое моделирование: проблемы и результаты / Под ред. О.М.Белоцерковского и В.А.Гущина - М.: Наука, 2003. 478 с. С.320-358.
16. *Иванов М.Ф., Паршиков А.Н.* Численное моделирование распространения ударных волн в композиционных материалах при импульсном нагружении / Воздействие мощных потоков энергии на вещество / Под ред. Форткова В.Е., Кузьменкова Е.А. – М.: Научное объединение ИВТАН (РАН), 1992, 263 с, С.210.
17. *Иванов М.Ф., Паршиков А.Н.* Влияние микроструктуры композиционного материала на дисперсию ударных волн // Препринт ФИАН им. П.Н.Лебедева №68. Москва, 1992. С.22.
18. *Иванов М.Ф., Паршиков А.Н.* Моделирование микромеханики композиционного материала при импульсном нагружении // Препринт ФИАН им. П.Н.Лебедева №69. Москва, 1992. С.31.
19. *Паршиков А.Н.* Метод SPH на основе решения задачи Римана // Препринт ОИВТ РАН № 2-414. Москва, 1998. С. 17.
20. *Медин С.А., Орлов Ю.Н., Паршиков А.Н., Суслин В.М.* Моделирование отклика первой стенки камеры и blankets реактора ИТС на микровзрыв // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша № 41. Москва, 2004. С. 32.
21. *Golub V.V., Lu F.K., Medin S.A., Mirova O.A., Parshikov A.N., Petukhov V.A., Volodin V.V.* Blast wave attenuation by lightly destructible granular materials // 24<sup>th</sup> International Symposium of Shock Waves // Beijing, China, July 11-16, 2004. v. II. part X. P.989-994.
22. *Паршиков А.Н., Медин С.А.* Релаксационные процессы при ударно-волновом нагружении пористых материалов / Физика экстремальных состояний вещества-2007 // Под ред. Фортков В.Е. и др., Черноголовка: ИПХФ РАН. 2007. 340 с.
23. *Медин С.А., Паршиков А.Н.* Численное моделирование структуры ударных волн в гетерогенных двухкомпонентных средах // Физико-

- химическая кинетика в газовой динамике. 2008. Т.7.  
<http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2008-09-01-015.pdf>
24. *Медин С.А., Паршиков А.Н.* Моделирование мезоструктуры течения при распространении детонации в гетерогенных ВВ // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т.9.  
<http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-008.pdf>
25. *Паршиков А.Н., Лозицкий И.М.* Численное моделирование кумулятивного эффекта в микроканале взрывчатого вещества // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2011. Т.11.  
[http://www.chemphys.edu.ru/media/files/2011-02-01-019\\_Parshikov\\_Lozitskii.pdf](http://www.chemphys.edu.ru/media/files/2011-02-01-019_Parshikov_Lozitskii.pdf)
26. *Медин С.А., Паршиков А.Н.* Использование уравнения состояния JWL и макроскопического уравнения разложения ВВ в методе SPH // 4-я Всероссийская школа семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем»: Сборник научных трудов. – М.: ИПМех РАН. 2011. 172с. С.97-102.
27. *Медин С.А., Паршиков А.Н.* Моделирование скользящей детонации в мелкодисперсной смеси взрывчатых и инертных веществ. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2013. Т.15.  
<http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2013-04-29-024.pdf>.

### Благодарности

Работа выполнена в Объединенном институте высоких температур РАН (ОИВТ РАН) в период с 1998 по 2013 г.г. при поддержке:

– программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Вещество при высоких плотностях энергии» (координатор – академик В.Е. Фортов);

– Межсекционной программы фундаментальных исследований Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН «Интегрированные модели физической механики» (координатор – академик Д.М. Климов);

– программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы» (координатор – академик С.В. Емельянов);

– U. S. Civilian Research and Development Foundation, Grant No. RE2-2481-MO-02.

Паршиков Анатолий Николаевич

Численный метод SPH, использующий соотношения  
распада разрывов, и его применение в механике  
деформируемых гетерогенных сред

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твёрдого тела

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора  
физико-математических наук

Подписано к печати \_\_\_\_\_2013. Заказ No \_\_\_\_\_ Тираж 100 экз.

---

Отпечатано на ризографе Института проблем механики  
им. А.Ю.Ишлинского РАН  
119526, Москва, пр-т Вернадского, 101, 1