

На правах рукописи

Соболева Елена Борисовна

**Конвективные течения и теплообмен в жидкостях  
вблизи термодинамической критической точки**

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Москва – 2010

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук  
Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук  
Осипцов Александр Николаевич

доктор технических наук,  
профессор  
Поляков Анатолий Фомич

доктор физико-математических наук  
Цыпкин Георгий Геннадьевич

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук  
Институт гидродинамики  
им. М.А. Лаврентьева СО РАН

Защита состоится « 03 » июня 2010 г. в 15 часов  
на заседании Диссертационного Совета Д 002.240.01  
при Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН по адресу:  
119526, Москва, пр. Вернадского, 101, к. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМех РАН

Автореферат разослан «      » \_\_\_\_\_ 2010 г.

Ученый секретарь  
Диссертационного Совета Д 002.240.01  
при ИПМех РАН  
кандидат физико-математических наук

Сысоева Е.Я.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность исследований.** Жидкости с параметрами вблизи термодинамической критической точки в настоящее время привлекают все больше внимания как объект фундаментальных исследований и рабочая среда в современных инновационных технологиях. Около- и сверхкритические жидкости широко используются в материаловедении в качестве реактивных сред в процессах синтеза. Вблизи критической точки меняются некоторые свойства, влияющие на протекание химических реакций, например, у воды уменьшается диэлектрическая проницаемость почти в 15 раз. Поэтому, используя околокритические среды в качестве растворителя, можно синтезировать новые материалы, в частности, микрочастицы и нанокристаллы с заданными средним размером, формой, пористостью. Проблемы экологии привели к созданию современного способа переработки токсичных отходов – методу сверхкритического водного окисления, основанному на разложении вредных веществ в воде со сверхкритическими параметрами. Около- и сверхкритические жидкости участвуют и в процессах тепло- и массопереноса в гидротермальных системах, нефтяной геологии, нефтедобыче.

Интерес к околокритическим жидкостям связан с их специфическими свойствами, поэтому именно физические, термодинамические, транспортные свойства среды вблизи критической точки долгое время были фокусом научных исследований. Однако, как позднее стало понятно, нельзя пренебрегать гидродинамическими эффектами, поскольку такие среды проявляют сильную подвижность. Околокритические жидкости обладают высокой гравитационной чувствительностью, то есть, демонстрируют сильный отклик на действие силы тяжести, что порождает интенсивные конвективные течения. Эти жидкости чувствительны и к температурному фактору – действие слабого теплового источника может инициировать перемещения, вызванные расширением нагреваемой среды, что приводит к адиабатическому нагреву в удаленных зонах. Кроме того, среда подвержена заметной плотностной стратификации даже в небольших лабораторных масштабах, что усложняет интерпретацию тепловых и динамических процессов. Таким образом, исследование течений и теплопереноса в околокритических жидкостях является актуальной и сложной задачей. Гидродинамика околокритических жидкостей – новое развивающееся направление в механике сплошных сред, которое представляет как фундаментальный, так и практический интерес.

**Методы исследований, достоверность и обоснованность.** Разнообразие явлений, их нелинейность, многомасштабность и сильная термо-механическая взаимозависимость требуют тонкого, детального

изучения, основанного на совмещении современных знаний из различных дисциплин: механики сплошных сред, термодинамики критических явлений, методов численного моделирования, – с широким использованием экспериментальных данных. В диссертации проводится теоретическое исследование конвективных течений и теплопереноса в околокритических жидкостях в чистом виде или внутри пористого скелета, заключенных в ограниченный объем. Исследования выполнены методом численного моделирования, некоторые вопросы изучались аналитическими методами. Математические модели, которые использовались и развивались в работе, отличаются полнотой описания явлений, что позволило учесть целый комплекс факторов, влияющих на гидродинамическое поведение околокритических жидкостей. Методический подход к решению поставленных задач состоит в совмещении сложных гидродинамических моделей, современных представлений термодинамики критических явлений с эффективными численными методами. Обоснованность и достоверность полученных результатов подтверждается при сравнении с имеющимися в литературе аналитическими решениями, расчетами других авторов, а также с данными экспериментов.

**Научная новизна.** Научная новизна работы заключается в новом подходе к применению теории подобия конвективных течений в случае несовершенных сплошных сред, в частности, околокритических жидкостей. В этом случае параметры моделирования, которые входят в безразмерную полную систему уравнений, критериями подобия не являются. В работе получены калибровочные соотношения для определения критериев подобия. Используя развитую методику исследований, проведено масштабное и разностороннее изучение естественно-конвективных ламинарных течений околокритических жидкостей в различных условиях. Сравнение с конвекцией совершенного газа при одинаковых критериях подобия позволило вычлнить особенности динамики околокритических жидкостей, связанные с их сильной сжимаемостью. Калибровочные соотношения использовались и при сопоставлении численных решений с экспериментальными данными, поскольку по этим соотношениям определяются критерии подобия конвекции в численном моделировании, соответствующие условиям экспериментов. Научной новизной обладают как постановки задач, так и полученные решения. Выполненные в диссертационной работе исследования, их новизна и значимость вносят заметный вклад в развитие гидродинамики околокритических жидкостей.

**Цель работы.** Изучение естественно-конвективных ламинарных течений и теплопереноса в однофазных околокритических жидкостях и в пористых средах, состоящих из твердого скелета и околокритической жидкой фазы, в ограниченных областях при различных типах теплоподвода. Исследование взаимодействия конвекции с адиабатическим нагревом, условий гидростатической устойчивости и эффекта стратификации. Определение влияния твердого скелета на динамику и теплоперенос околокритической жидкой фазы.

**Практическая значимость работы.** Результаты исследований использовались при разработке научной концепции и программы экспериментов с околокритическими жидкостями в рамках проекта «Крит», которые, как планируется, будут поставлены на Российском сегменте Международной Космической Станции. Полученные результаты могут применяться и в земных условиях в качестве теоретического базиса для создания, развития и оптимизации современных инновационных технологий, использующих среды с околокритическими параметрами.

**На защиту выносятся следующие основные положения:**

- развитие теории подобия тепловой гравитационной и вибрационной конвекции однофазной околокритической жидкости и тепловой гравитационной конвекции околокритической жидкой фазы внутри пористого скелета
- численное исследование естественно-конвективных ламинарных течений однофазной околокритической жидкости и околокритической жидкой фазы, заполняющей пористый скелет; определение влияния сильной сжимаемости жидкости на структуру течения и теплоперенос
- численное исследование тепловой гравитационной и вибрационной конвекции околокритической жидкости в условиях микрогравитации
- исследование влияния стратификации на устойчивость механического равновесия нагреваемого снизу слоя жидкости
- аналитическое и численное исследование поршневого эффекта в жидкой фазе внутри пористого скелета
- анализ условий, соответствующих порогу устойчивости механического равновесия в задаче Рэля-Дарси; определение влияния критериев Рэля-Дарси и Шварцшильда на начало конвективного движения

**Апробация работы.** Результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на следующих научных конференциях и симпозиумах: ● Конф. по космическому материаловедению (Калуга, 1999); ● IV Минский междунар. форум по тепломассообмену (Минск, 2000); ● Междунар. школа «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Москва, 2000; Московская область, 2006); ● First Int. Symp. on Microgravity Research & Applications in Physical Sciences & Biotechnology (Sorrento, Italy, 2000); ● Int. Symp. “International Scientific Cooperation onboard MIR” (Lyon, France, 2001); ● Microgravity Transport Processes in Fluid, Thermal, Biological and Materials Sciences (Banff, Canada, 2001; Davos, Switzerland, 2003); ● Всероссийские съезды по теоретической и прикладной механике (Пермь, 2001; Нижний Новгород, 2006); ● Конф. «Развитие идей Н.Е. Кочина в математике и механике» (Москва, 2001); ● Seventh Int. Conf. on Advanced Computational Methods in Heat Transfer (Halkidiki, Greece, 2002); ● 41st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit (Reno, NV, 2003); ● Int. Conf. on Fluxes and Structures in Fluids (St. Peterburg, 2003); ● Interdisciplinary Transport Phenomena in Microgravity and Space Sciences IV (Tomar, Portugal, 2005); ● Пятый междунар. аэрокосмический конгресс IAC’06 (Москва, 2006); ● Interdisciplinary Transport Phenomena V: Fluid, Thermal, Biological, Materials & Space Sciences (Bansko, Bulgaria, 2007); ● XVI Int. Conf. on Chemical Thermodynamics in Russia (Suzdal, Russia, 2007); ● 25th Int. Conf. on Low Temperature Physics (Amsterdam, The Netherlands, 2008); ● Пятая всероссийская конф. с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара, 2008); ● Междунар. конф. «Современные проблемы газовой и волновой динамики», посвященная памяти Х.А. Рахматулина (Москва, 2009).

**Публикации.** Результаты по теме диссертации опубликованы в 39 работах. Список основных публикаций в ведущих рецензируемых научных журналах, учитываемых ВАК Министерства образования и науки РФ при защите диссертаций на соискание ученой степени доктора наук помещен в конце автореферата.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, основных результатов и выводов работы, цитируемой литературы и списка принятых обозначений. Для библиографических ссылок и рисунков использована сквозная нумерация, формулы нумеруются внутри каждой главы. Общий объем диссертации составляет 272 страницы. Работа включает 80 иллюстраций, 9 таблиц, 224 ссылки на литературные источники.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В Главе I дается обзор литературы по теме диссертации. Определяется область исследований, анализируются математические модели и методы численного решения задач о естественно-конвективных процессах. Обсуждаются особенности конвективных течений и теплопереноса в жидкостях с параметрами вблизи термодинамической критической точки, формулируются не решенные ранее проблемы.

При приближении к критической точке коэффициенты теплового расширения  $\alpha'_p$  и изотермической сжимаемости  $\chi'_T$ , теплоемкость при постоянном давлении  $c'_p$  неограниченно растут, а коэффициент температуропроводности  $D' = \lambda' / (\rho' c'_p)$  стремится к нулю; здесь  $\lambda'$  – коэффициент теплопроводности,  $\rho'$  – плотность. Все размерные величины отмечены штрихом, безразмерные – без штриха. Рассматриваются температуры выше критической, соответствующие значениям температурного параметра  $\varepsilon = (T' - T'_c) / T'_c \geq 10^{-4}$ , при которых среда макроскопически однородна и применимо гидродинамическое приближение;  $T'$  – температура, индексом «с» отмечены критические значения. Среда с параметрами из окрестности критической точки при  $\varepsilon \geq 10^{-4}$  называется околоскритической жидкостью.

При приближении к критической точке, *во-первых*, наблюдается интенсификация тепловой гравитационной конвекции, что в однофазной среде связано с неограниченным ростом числа Рэлея  $Ra$

$$Ra = \frac{\Theta' \alpha'_p g' l'^3 \rho'^2 c'_p}{\lambda' \eta'} \rightarrow \infty \quad (1)$$

поскольку  $\alpha'_p \rightarrow \infty$ ,  $c'_p \rightarrow \infty$ . Здесь  $\Theta'$  – характерная разность температур,  $g'$  – вектор массовой силы,  $\eta'$  – коэффициент динамической вязкости.

*Во-вторых*, происходит усиление влияния стратификации в поле силы тяжести, так как конвективные течения развиваются при меньших значениях  $\Theta'$ . В результате средний созданный источником тепла градиент температуры (приложенный градиент)  $\Gamma'$  становится соизмерим с адиабатическим температурным градиентом  $\Gamma'_a$ , а интенсивность конвекции характеризуется модифицированным числом Рэлея  $Ra^s$ :

$Ra^s = Ra k$ , где  $k = 1 - \Gamma'_a / \Gamma'$  – коэффициент стратификации [Jeffreys H., 1930]. В общем случае,  $\Gamma'_a = g' \alpha'_p T' / c'_p$  [Ландау Л.Д. и др., 1986].

В-третьих, может возникать адиабатический нагрев, названный поршневым эффектом [Onuki A. et al, 1990; Boukari H. et al, 1990; Zappoli B. et al, 1990]. В одномерном случае поршневой эффект в плоском слое, инициированный скачком температуры на величину  $\Theta'$  на боковой (левой) границе приводит к быстрому росту температуры  $\Delta T'_{in}$  вдали от нагревателя (рис. 1). При нагреве около левой границы формируется температурный пограничный слой, который со временем расширяется и как поршень толкает не нагретую жидкость во внутреннем объеме. Последняя в свою очередь сжимается и адиабатически нагревается. Поршневой эффект наблюдается в нестационарных условиях в ограниченных объемах из-за сильной сжимаемости среды.

В диссертации исследуются особенности конвективных течений при влиянии стратификации и поршневого эффекта.

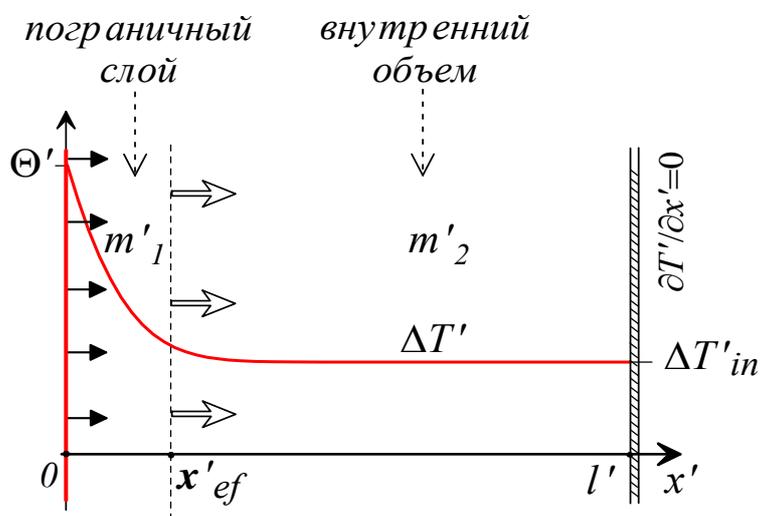


Рис. 1. Схема действия поршневого эффекта.

В Главе II описана гидродинамическая модель, которая используется для моделирования динамики и теплопереноса в однофазной околокритической среде. Модель включает полные уравнения Навье-Стокса, уравнение энергии и уравнение состояния несовершенного газа (в большинстве задач – уравнение Ван-дер-Ваальса). Выполняется двухмасштабное расщепление давления по методике [Воронков А.В. и др., 1997; Churbanov A.G. et al, 1998], предложенной первоначально для совершенного газа. Полное давление  $P'$  заменяется суммой среднего по области давления  $\langle P' \rangle$  и оставшегося члена  $p'$ :  $P' = \langle P' \rangle + p'$ ; член с

давлением в уравнении импульсов преобразуется. Такое преобразование сохраняет систему полной, но весьма полезно при создании эффективного численного кода. Систему уравнений можно представить в следующем безразмерном виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{U}) = 0 \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \rho(\vec{U} \nabla) \vec{U} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \left( 2\nabla(\eta \dot{\mathbf{D}}) - \nabla \left( \frac{2}{3} \eta - \varsigma \right) \nabla \vec{U} \right) + \frac{Ra_0}{\Theta \text{Re}^2 \text{Pr}_0} \rho \vec{g} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho(\vec{U} \nabla) T = & -(\gamma_0 - 1) T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \nabla \vec{U} + \frac{\gamma_0}{\text{Re} \text{Pr}_0} \nabla(\lambda \nabla T) + \\ & + \frac{\gamma_0(\gamma_0 - 1) M^2}{\text{Re}} \left( 2\eta \dot{\mathbf{D}}^2 - \left( \frac{2}{3} \eta - \varsigma \right) (\nabla \vec{U})^2 \right), \quad \lambda = 1 + \Lambda (T - 1)^{-\psi} \end{aligned} \quad (4)$$

$$P = P(\rho, T), \quad P = \langle P \rangle + \gamma_0 M^2 p, \quad \int_\Omega p \, d\varpi = 0 \quad (5)$$

Здесь  $\vec{U}$ ,  $\dot{\mathbf{D}}$  – скорость и тензор скоростей деформации;  $\varsigma$  – коэффициент объемной вязкости. В качестве характерных масштабов использованы длина  $l'$ , скорость  $U'$ , время  $l'/U'$ , скорость деформации  $U'/l'$ , ускорение силы тяжести Земли  $g'$ , плотность и температура в критической точке  $\rho'_c$  и  $T'_c$ , коэффициенты  $\eta'_0$ ,  $\lambda'_0$ , теплоемкость при постоянном объеме  $c'_{v0}$ , соответствующие совершенному газу (индексом «0» отмечены значения совершенного газа). При обезразмеривании давления используются разные масштабы:  $B' \rho'_c T'_c$  – для  $P'$  и  $\langle P' \rangle$ ,  $\rho'_c U'^2$  – для  $p'$ . Возникают безразмерные параметры – числа Рэлея, Прандтля, Рейнольдса, Маха, характерная разность температур и показатель адиабаты

$$\begin{aligned} Ra_0 = \frac{\Theta' g' l'^3 \rho'_c{}^2 (c'_{v0} + B')}{T'_c \lambda'_0 \eta'_0}, \quad \text{Pr}_0 = \frac{(c'_{v0} + B') \eta'_0}{\lambda'_0}, \quad \text{Re} = \frac{\rho'_c U' l'}{\eta'_0}, \\ M = \frac{U'}{\sqrt{\gamma_0 B' T'_c}}, \quad \Theta = \frac{\Theta'}{T'_c}, \quad \gamma_0 = 1 + \frac{B'}{c'_{v0}} \end{aligned} \quad (6)$$

Полагается, что вблизи критической точки  $\varsigma = 0$ ,  $\eta = \text{const}$ ,  $\lambda \rightarrow \infty$ .

Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса в безразмерных переменных представляет собой равенство

$$P = \frac{\rho T}{1 - b\rho} - a\rho^2, \quad a = 9/8, \quad b = 1/3 \quad (7)$$

Излагается также гидродинамическая модель, которая описывает околоскритическую жидкую фазу внутри пористого скелета. Выполняется двухмасштабное расщепление давления. Считается, что пористость  $\varphi$  и проницаемость  $K'$  постоянны по пространству, сопротивление скелета линейно зависит от скорости фильтрации  $\vec{U}'$ , фазы находятся в локальном тепловом равновесии. Система уравнений приводится в следующем безразмерном виде

$$\varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{U}) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\rho}{\varphi} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\nabla p + \frac{Rd_0}{\Theta \text{Re}^2 Da \text{Pr}_0} \rho \vec{g} - \frac{1}{Da \text{Re} K} \vec{U} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & ((1 - \varphi)\rho_s c_s + \varphi \rho) \frac{\partial T}{\partial t} + \rho(\vec{U} \nabla)T = \\ & = -(\gamma_0 - 1)T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \nabla \vec{U} + \frac{\gamma_0}{\text{RePr}_0} \nabla(\lambda_m \nabla T), \quad \lambda_m = 1 + \varphi \lambda_0 \Lambda(T - 1)^{-\psi} \end{aligned} \quad (10)$$

$$P = P(\rho, T), \quad P = \langle P \rangle + \gamma_0 M^2 p, \quad \int_\Omega p d\varpi = 0 \quad (11)$$

Здесь  $\rho_s$ ,  $c_s$  – плотность и теплоемкость вещества твердой фазы,  $\lambda_m$  – коэффициент теплопроводности системы «твердая + жидкая фазы»; нижний индекс «s» указывает на твердое вещество, индекс «m» – на пористую среду в целом. В качестве масштабов обезразмеривания используются проницаемость скелета  $K'_0$  и эффективный коэффициент теплопроводности пористой среды в целом  $\lambda'_{m0}$ , остальные характерные масштабы такие же, как в системе уравнений однофазной жидкости. Безразмерными параметрами являются числа Рэлея-Дарси, Прандтля, Дарси

$$Rd_0 = \frac{\Theta' g' l' K'_0 \rho'_c{}^2 (c'_{v0} + B')}{T'_c \lambda'_{m0} \eta'_0}, \quad Pr_0 = \frac{(c'_{v0} + B') \eta'_0}{\lambda'_{m0}}, \quad Da = \frac{K'_0}{l'^2} \quad (12)$$

и  $Re$ ,  $M$ ,  $\Theta$ ,  $\gamma_0$ , которые определяются так же, как в (6).

Получены аналитические выражения для равновесных распределений плотности и давления в поле силы тяжести (стратификация сжимаемой среды под действием ее собственного веса) в газе Ван-дер-Ваальса. Показано, что в исследуемых в диссертации задачах применимо линейное приближение для уравнений стратификации.

Созданы два численных кода для решения задач в двумерной плоской геометрии: один – для однофазной жидкости, другой – для пористой среды. Методика численного интегрирования, которая в обоих случаях сходна, предполагает дискретизацию исходных уравнений конечно-разностным методом на разнесенной сетке и последовательное решение полученных алгебраических уравнений. Уравнения движения интегрируются методом типа SIMPLE, для давления решается уравнение Пуассона. Для демонстрации возможностей созданных кодов приводится пример моделирования акустического явления – распространения одиночного малого возмущения в газе Ван-дер-Ваальса внутри плоского слоя от удара на границе области.

Полную гидродинамическую модель однофазной околоскритической жидкости (или пористой среды) можно преобразовать в расширенное приближение Обербека-Буссинеска (или Буссинеска-Дарси), если изменения плотности и термодинамических коэффициентов малы. Анализ уравнений в этом приближении позволил развить теорию подобия, показывая, что сходство конвективных течений в различных средах следует искать при одинаковых реальных числах Рэлея  $Ra$  (или Рэлея-Дарси  $Rd$ ) и Прандтля  $Pr$ , которые являются критериями подобия. Модельные числа Рэлея  $Ra_0$  (или Рэлея-Дарси  $Rd_0$ ) и Прандтля  $Pr_0$ , присутствующие как параметры в полной безразмерной системе уравнений, критериями подобия не являются; числа  $Ra_0$ ,  $Rd_0$ ,  $Pr_0$  строятся по параметрам среды вдали от критической точки и «критичности» состояния не чувствуют. Получены калибровочные соотношения, связывающие критерии подобия с модельными параметрами. В случае однофазной среды, которая описывается уравнением состояния Ван-дер-Ваальса, калибровочные соотношения принимают вид

$$Ra = \frac{2}{3} Ra_0 \varepsilon^{-1} \left( \frac{1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{(1 + \varepsilon)}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \Lambda \varepsilon^{-\psi} \right)^{-1} \quad (13)$$

$$Pr = Pr_0 \left( \frac{1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{(1 + \varepsilon)}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \Lambda \varepsilon^{-\psi} \right)^{-1} \quad (14)$$

а в случае пористой среды – другой вид

$$Rd = \frac{2}{3} Rd_0 \varepsilon^{-1} \left( \frac{1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{(1 + \varepsilon)}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \varphi \lambda_0 \Lambda \varepsilon^{-\psi} \right)^{-1} \quad (15)$$

$$Pr = Pr_0 \left( \frac{1}{\gamma_0} + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} \frac{(1 + \varepsilon)}{\varepsilon} \right) \left( 1 + \varphi \lambda_0 \Lambda \varepsilon^{-\psi} \right)^{-1} \quad (16)$$

При приближении к критической точке ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) из (13), (14) следует, что значения  $Ra$  и  $Pr$  неограниченно растут:  $Ra \sim \varepsilon^{\psi-2} \rightarrow \infty$ ,  $Pr \sim \varepsilon^{\psi-1} \rightarrow \infty$  (в большинстве практических случаев  $\psi < 1$ ), и из (15), (16) получается  $Rd \sim \varepsilon^{\psi-2} \rightarrow \infty$ ,  $Pr \sim \varepsilon^{\psi-1} \rightarrow \infty$ , что соответствует ожиданиям.

В условиях влияния стратификации критерием подобия является реальное число Рэлея (или Рэлея-Дарси)

$$Ra^s = Ra k \quad (17)$$

$$Rd^s = Rd k \quad (18)$$

Верхний индекс «s» соответствует учету стратификации. Найдена зависимость для коэффициента стратификации  $k$  в случае, если жидкость описывается уравнением состояния Ван-дер-Ваальса; в однофазной и пористой средах она имеет одинаковый вид

$$k = 1 - \frac{\Theta_{ac} (\gamma_0 - 1)(1 + \varepsilon)}{\Theta (\varepsilon + (\gamma_0 - 1)(1 + \varepsilon))}, \quad \Theta_{ac} = \frac{2M^2 \gamma_0}{3Fr} \quad (19)$$

Величина  $\Theta_{ac}$  представляет собой адиабатическую разность температур. По определению,  $\Theta_{ac} = \Gamma'_a l' / T'_c$ . Число Фруда  $Fr$  в (19) связано с введенными ранее безразмерными параметрами и определяется

выражением  $Fr = \Theta Re^2 Pr_0 / Ra_0$  (или  $Fr = \Theta Re^2 Da Pr_0 / Rd_0$ ) в однофазной (или пористой) среде. Влияние стратификации проявляется, если приложенный градиент температуры соизмерим с адиабатическим температурным градиентом; при этом стратификация плотности может быть незначительной.

Глава III посвящена численному моделированию конвективных течений в однофазных околокритических жидкостях в условиях, при которых даже предельно малая температурная неоднородность приводит к возникновению крупномасштабного движения. Это области с нагревом (или охлаждением) сбоку, при котором тепло испускается (или потребляется) одной или обеими боковыми поверхностями, области с нагревом снизу от источника конечного размера, занимающего лишь часть нижней границы.

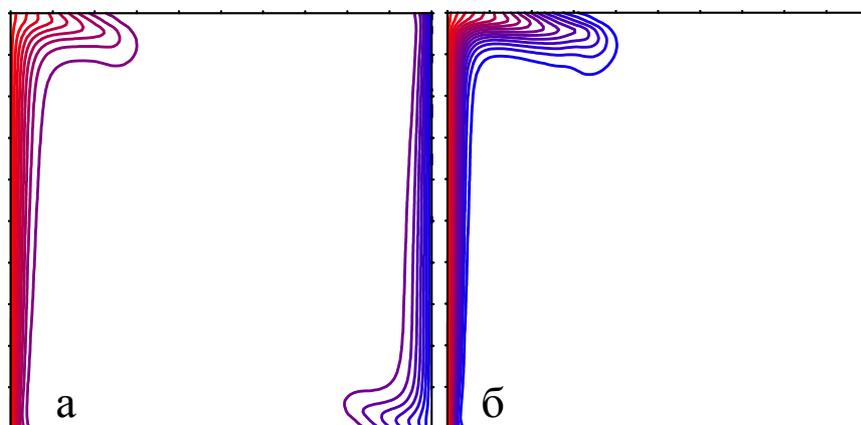
Выполнено моделирование нестационарной тепловой гравитационной конвекции двуокиси углерода ( $CO_2$ ) в квадратной области со стороной 1 см в земных условиях. В начальный момент температура выше критической, плотность на верхней границе критическая, среда неподвижна. Затем температура левой границы быстро поднимается и фиксируется, другие границы – адиабатические. На начальных этапах (а) развивается поршневой эффект, создающий рост температуры во всем объеме, затем (б) около границы-нагревателя формируется распространяющийся вверх конвективный термик, через продолжительный промежуток времени (в) движение затухает и среда приходит в состояние равновесия. Задача имеет характерные времена (а) поршневого эффекта  $\tau'_{pe}$ , (б) конвекции  $\tau'_{con}$  и (в) теплопроводности  $\tau'_d$ . Проведена серия расчетов при различном приближении к критической точке и показано, что  $\tau'_{pe} \ll \tau'_{con} \ll \tau'_d$  при  $\varepsilon < 10^{-3}$ .

Ранее было обнаружено [Zappoli B. et al, 1996], что при развитии конвективного течения возникает зона перегрева, температура которой превосходит температуру границы-нагревателя. В диссертации показано, что причина перегрева связана с термодинамическими свойствами среды. Продемонстрировано, что зона перегрева в совершенном газе не наблюдается.

Если обе боковые границы поддерживаются при постоянных, но различных температурах, то со временем конвективное движение становится стационарным. Выполнено моделирование динамики и теплопереноса в околокритической жидкости внутри квадратной области со стороной 1 см в земных условиях. В начальный момент скорость равна

нулю, температура постоянна (на  $1\text{ K}$  выше критической), плотность на верхней границе критическая. Температура левой границы возрастает в течение  $10\text{ с}$  на  $0,1\text{ K}$  и более не меняется. Температура правой границы равна начальной. Параметры моделирования:  $\varepsilon_i = 3,3 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Theta = 3,3 \cdot 10^{-4}$ ,  $Ra_0 = 10^3$ ,  $Pr_0 = 1$ ,  $Re = 3,85 \cdot 10^4$ ,  $M = 1 \cdot 10^{-3}$ ,  $\gamma_0 = 1,4$ ,  $\vec{g} = (0, -1)$ ,  $\Lambda = 0,028$ ,  $\psi = 0,74$ ; константы  $\Lambda$ ,  $\psi$  соответствуют экспериментальным данным для  $CO_2$  [Sengers J.V., 1973]. Индексом « $i$ » отмечаются начальные значения. По (13), (14) вычислены критерии подобия  $Ra = 6,06 \cdot 10^6$ ,  $Pr = 30,0$ , где в качестве  $\varepsilon$  взята начальная величина  $\varepsilon_i$ . Найдены характерные времена  $\tau'_{pe} = 2,75\text{ с}$  и  $\tau'_d = 4,04 \cdot 10^4\text{ с}$ . Для сравнения решена задача о конвекции совершенного газа с такими же критериями подобия  $Ra_0 = 6,06 \cdot 10^6$ ,  $Pr_0 = 30,0$  (в совершенном газе  $Ra = Ra_0$ ,  $Pr = Pr_0$ ).

В околокритической жидкости на временах порядка  $\tau'_{pe}$  поршневой эффект прогревает внутренний объем, температура которого равномерно увеличивается. При этом формируется температурный пограничный слой не только около левой границы, которая нагревается, но и около правой, температура которой не меняется и оказывается меньше, чем во внутреннем объеме. В погранслоях развивается конвективное движение: слева нагретая жидкость движется вверх, справа более холодная жидкость опускается вниз (рис. 2 (а)). В совершенном газе, как и ожидалось,



**Рис. 2.** Изотермы в газе Ван-дер-Ваальса (а) и в совершенном газе (б) в момент времени  $t' = 34,4\text{ с}$ . Максимальный модуль скорости

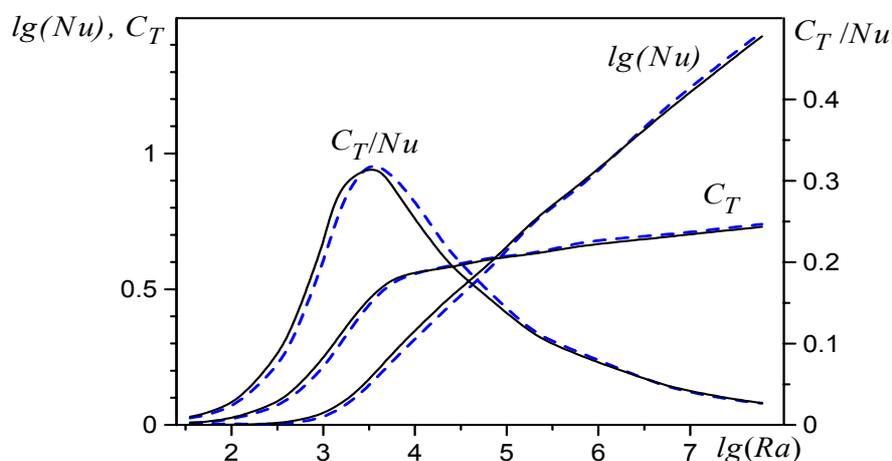
$$|\vec{U}'|_{\max} = 3,95 \cdot 10^{-2} \text{ (а)}, 2,96 \cdot 10^{-2} \text{ см/с (б)}.$$

формируется один восходящий термик около левой границы (рис. 2 (б)). Результаты показывают, что в нестационарных условиях поршневой эффект качественно меняет картину течения.

В стационарном режиме конвекции действие поршневого эффекта сводится к нулю. Изучены различные характеристики теплообмена, проведено сравнение с совершенным газом и обнаружено подобие теплообмена в исследуемых средах (рис. 3). Здесь  $Nu = J / J_d$  – число Нуссельта на левой границе, которое характеризует интенсивность конвективного теплопереноса при тепловом потоке  $J = -\int_0^1 \lambda \frac{\partial T}{\partial x} dy$ ;  $J_d$  –

тепловой поток в неподвижной среде. Рассматривалось отношение максимальной разности температур в центральном вертикальном сечении к разности температур на боковых границах  $C_T = \Delta T_{\max}(0,5, y) / \Theta$  и приведенное отношение температур  $C_T / Nu$ . В режиме пограничного слоя при  $Ra > 3 \cdot 10^3$  конвективный теплоперенос можно описать зависимостью, полученной ранее для совершенного газа:  $Nu = 0,115 Ra^{0,32}$  [Полежаев В.И., 1968]. Найденное подобие тепловых процессов, с одной стороны, подтверждает идею калибровки и справедливость полученных калибровочных соотношений, а с другой стороны, демонстрирует сходные черты в поведении околокритической жидкости и совершенного газа.

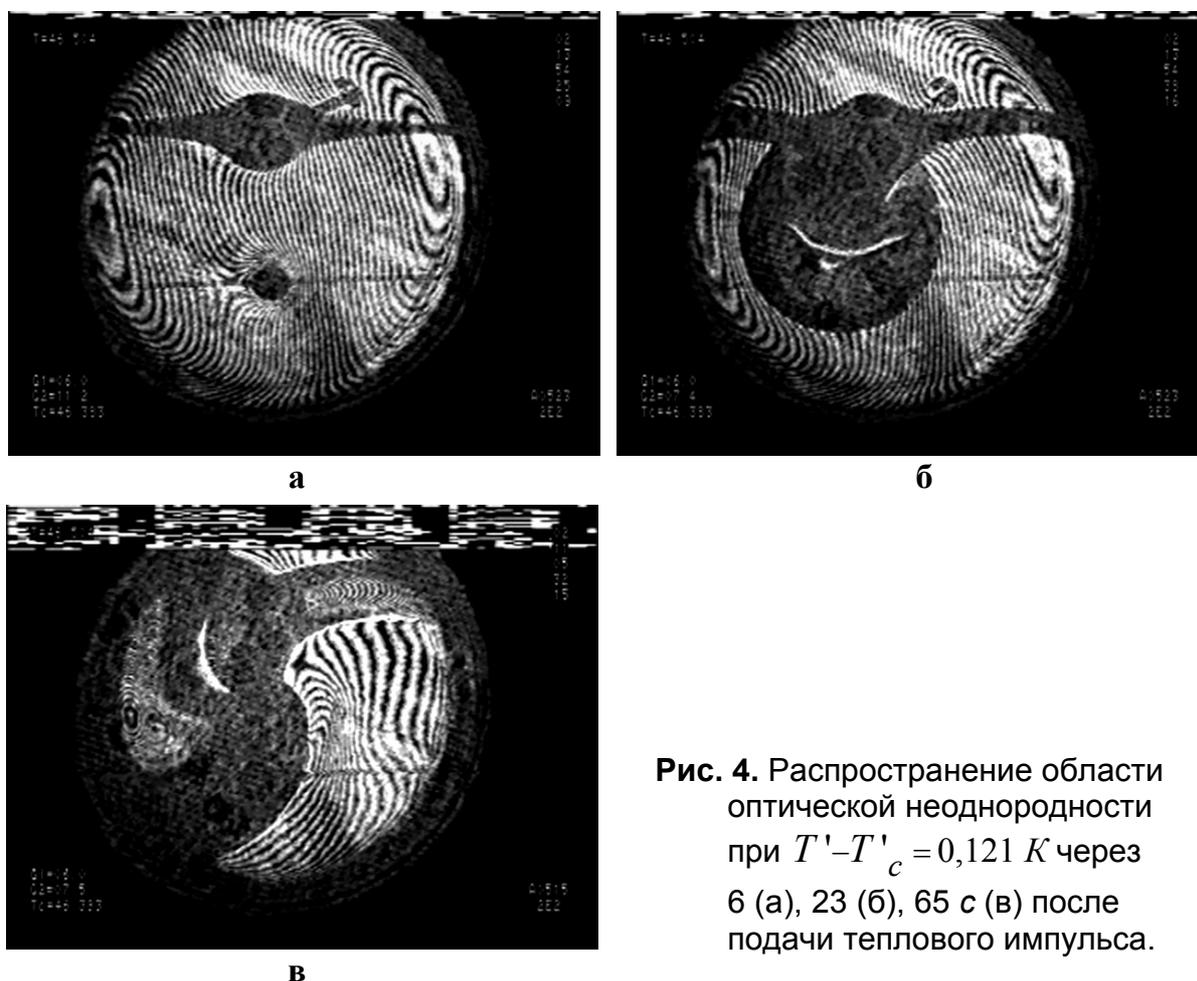
Проведено исследование тепловой вибрационной конвекции, возникающей при высокочастотных осцилляциях массовой силы, применительно к экспериментам с околокритическими средами, которые



**Рис. 3.** Зависимость  $Nu$ ,  $C_T$  и  $C_T / Nu$  от  $Ra$  в газе Ван-дер-Ваальса (сплошные линии) и в совершенном газе (штриховые линии).

проводились на борту космической станции «Мир» в 1995 г. [Avdeev S.V. et al, 1997; Polezhaev V.I. et al, 1998]. Экспериментально обнаружено, что область оптической неоднородности, которая возникает после подачи теплового импульса на нагревательный термистор, сначала распространяется симметрично, затем симметрия нарушается (рис. 4). В диссертации проверялось предположение, что нагретая область совершает конвективные движения теплового гравитационного и вибрационного типов в остаточном поле микроускорений, которое имеет квазистатическую и высокочастотную составляющие.

Вибрационная конвекция – это осредненное по времени течение, которое возникает в полости с неизотермической жидкостью, подверженной высокочастотным вибрациям. Конвекция этого типа наблюдается на временном интервале, который много больше периода вибраций  $\tau'_w$ . Интенсивность вибрационной конвекции характеризуется вибрационным числом Рэлея  $Rv$ , которое в общем случае имеет вид [Gershuni G.Z. et al, 1998]



**Рис. 4.** Распространение области оптической неоднородности при  $T' - T'_c = 0,121 K$  через 6 (а), 23 (б), 65 с (в) после подачи теплового импульса.

$$Rv = \frac{(z' \omega' \alpha'_{\rho} \Theta' l' \rho')^2 c'_{\rho}}{2 \eta' \lambda'} \quad (20)$$

(здесь  $z'$ ,  $\omega' = 2\pi / \tau'_{\omega}$  – амплитуда и частота вибраций) и для которого получено калибровочное соотношение

$$Rv = Rv_0 \frac{4}{9 \varepsilon^2 (1 + \Lambda \varepsilon^{-\psi})} \left( 1 + (\gamma_0 - 1) \frac{(1 + \varepsilon)}{\varepsilon} \right) \quad (21)$$

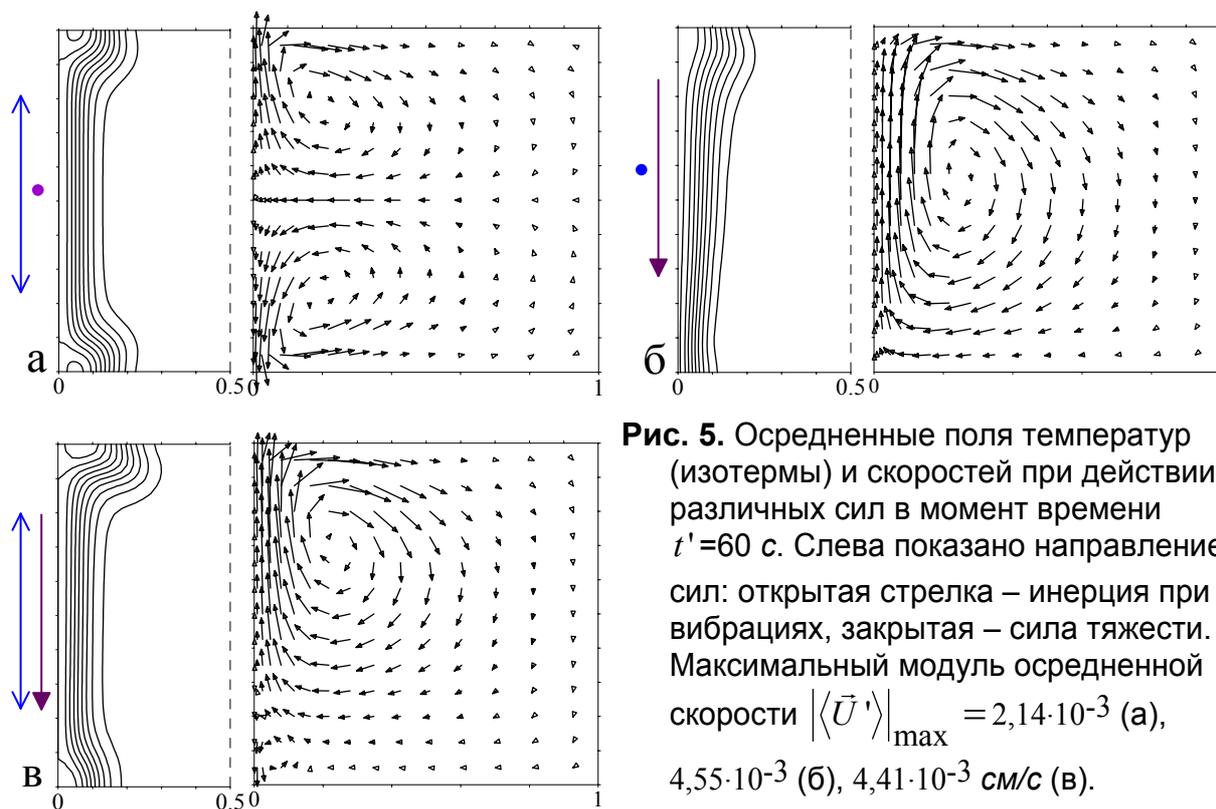
Модельное вибрационное число Рэлея  $Rv_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{z' \omega' \Theta' l' \rho' c'}{T'_c} \right)^2 \frac{c'_{v0} + B'}{\eta'_0 \lambda'_0}$

строится по параметрам среды вдали от критической точки. Видно, что при приближении к критической точке ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) критерий подобия – вибрационное число Рэлея  $Rv$  – неограниченно возрастает, причем увеличивается быстрее, чем число  $Ra$ , характеризующее гравитационную конвекцию в поле статической массовой силы:  $Rv/Ra \sim \varepsilon^{-1} \rightarrow \infty$ . Это значит, что роль вибрационной конвекции по сравнению с гравитационной возрастает.

Получено численное решение задачи о конвекции двуокиси углерода в квадратной ячейке размером 1 см. В начальный момент температура постоянна (на 0,5 K выше критической), плотность критическая, среда неподвижна. Затем температура левой границы повышается в течение 1 с на 0,1 K и фиксируется. Остальные границы – адиабатические. Ячейка находится в условиях микрогравитации и подвергается периодическим плоско-поляризованным вибрациям вдоль вертикальной оси. В неинерциальной системе координат, движущейся вместе с ячейкой, наличие вибраций эквивалентно действию дополнительной осциллирующей массовой силы инерционной природы. Суммарное ускорение массовых сил  $\vec{g} = (g_x, g_y)$  имеет компоненты:  $g_x = 0$ ,  $g_y = A \cos(\omega t) + a$ , где  $A$ ,  $a$  – амплитуда осциллирующей части и статическая часть микроускорения. Безразмерные параметры:  $Ra_{E0} = 1,35 \cdot 10^5$ ,  $Pr_0 = 2,27$ ,  $M = 10^{-3}$ ,  $Re = 3,85 \cdot 10^4$ ,  $\gamma_0 = 1,4$ ,  $\varepsilon_i = 1,65 \cdot 10^{-2}$ ,  $\Theta = 3,3 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Lambda = 0,75$ ,  $\psi = 0,5$ ; число Рэлея  $Ra_{E0}$  определено по ускорению силы тяжести Земли. Моделирование вибрационной конвекции выполнено по полным уравнениям гидродинамики, затем проведено усреднение решения на периоде

осцилляции, который включал более  $10^4$  временных слоев. Рассмотрены три варианта массовой силы: вибрационная сила ( $a = 0$ ) при  $A = 0,1$ ,  $\omega = 1,1$  (рис. 5 (а)), статическая сила ( $A = 0$ ) при  $a = -3 \cdot 10^{-4}$  (рис. 5 (б)), сила, имеющая вибрационную и статическую составляющие, при  $A = 0,1$ ,  $\omega = 1,1$ ,  $a = -3 \cdot 10^{-4}$  (рис. 5 (в)). Критерии подобия:  $Rv = 3,24 \cdot 10^6$ ,  $Ra = 1,46 \cdot 10^6$ ,  $Pr = 20,2$ . Результаты моделирования и анализ критериев подобия показывают, что остаточные микроускорения на борту космических аппаратов могут генерировать заметные крупномасштабные движения двух рассмотренных типов в среде с околокритическими параметрами.

Анализировалось влияние уравнения состояния на поведение околокритической жидкости. Рассматривались уравнения (а) Ван-дер-Ваальса, (б) Редлиха-Квонга и (в) уравнение состояния среднего поля с коэффициентами, найденными по экспериментальным данным для двуокиси углерода при  $T' - T'_c = 0,5 \div 4$  K [Мартызен В.Г. и др., 1974]. Получено, что при использовании всех трех уравнений в численном моделировании поршневого эффекта и тепловой гравитационной конвекции в квадратной полости с боковым нагревом возникают лишь незначительные количественные расхождения. Результаты показали, что



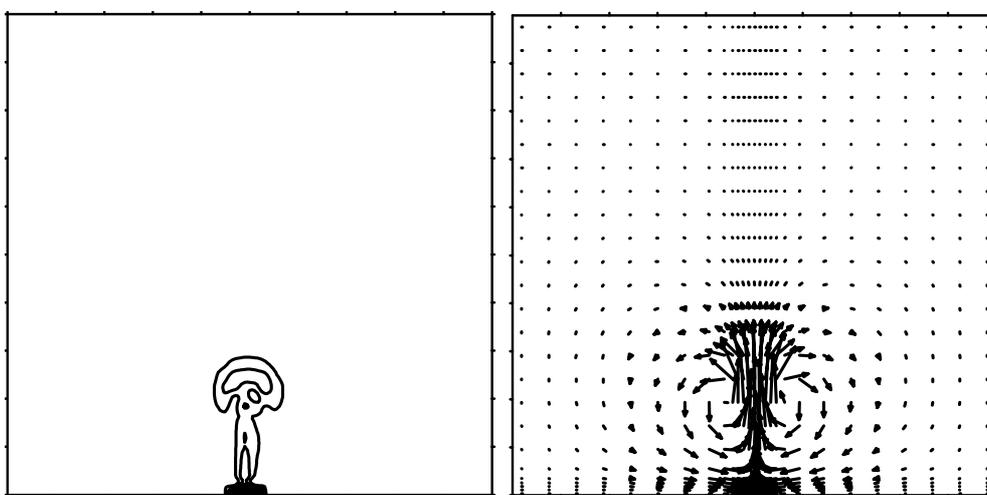
**Рис. 5.** Осредненные поля температур (изотермы) и скоростей при действии различных сил в момент времени  $t' = 60$  с. Слева показано направление сил: открытая стрелка – инерция при вибрациях, закрытая – сила тяжести. Максимальный модуль осредненной скорости  $|\langle \bar{U}' \rangle|_{\max} = 2,14 \cdot 10^{-3}$  (а),  $4,55 \cdot 10^{-3}$  (б),  $4,41 \cdot 10^{-3}$  см/с (в).

уравнение состояния Ван-дер-Ваальса обеспечивает качественно верное описание гидродинамических явлений вблизи критической точки.

Выполнено аналитическое и численное исследование поршневого эффекта, возникающего от источника постоянной мощности в условиях теоретической невесомости. Получено, что при приближении к критической точке поршневой эффект перестает зависеть от свойств жидкости, которые резко меняются, а определяется лишь характеристиками источника, то есть, становится универсальным. Такой процесс качественно отличается от поршневого эффекта, который возникает от источника постоянной температуры (температура увеличивается скачком и далее не меняется), что указывает на сильную зависимость теплообмена вблизи критической точки от типа теплоподвода.

Выполнено моделирование поршневого эффекта при действии источников различных размеров, работающих в разных режимах, исследованы пространственные эффекты.

При действии массовой силы развивается конвективное течение. На рис. 6 показаны тепловое и динамическое поля, которые формируются в земных условиях в квадратной ячейке размером 1 см; на нижней границе располагается источник тепла размером 0,06 см, выделяющий энергию постоянной мощности  $j' = 0,582 \text{ мВт/см}^2$  в течение времени 7,60 с. В ячейке находится двуокись углерода, в начальный момент ее температура на 2 К выше критической, плотность на верхней границе критическая, движения нет. Параметры моделирования:  $\varepsilon_i = 6,58 \cdot 10^{-3}$ ,  $Re = 3,85 \cdot 10^4$ ,  $Ra_0 = 1,19 \cdot 10^5$ ,  $Pr_0 = 1,0$ ,  $M = 10^{-3}$ ,  $\gamma_0 = 1,4$ ,  $\Lambda = 0,028$ ,  $\psi = 0,74$ .



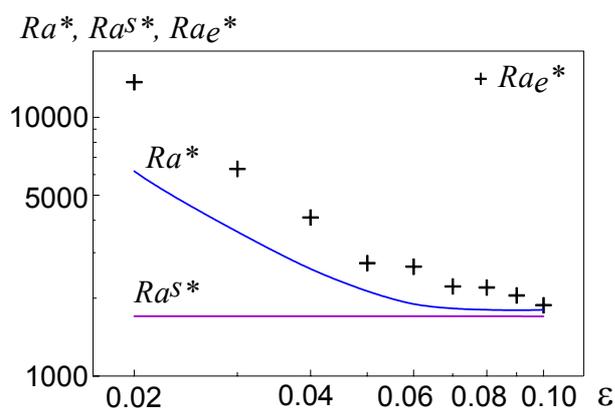
**Рис. 6.** Изотермы (слева) и поле скорости (справа) в момент времени  $t' = 5,0$  с.

$$\text{Максимальный модуль скорости } \left| \vec{U}' \right|_{\max} = 0,154 \text{ см/с.}$$

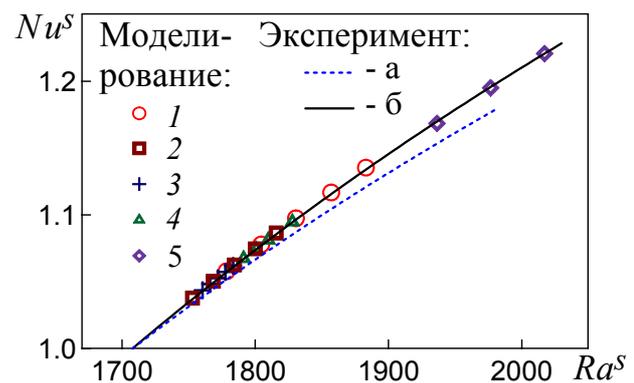
Критерии подобия:  $Ra = 2,49 \cdot 10^8$ ,  $Pr = 20,6$ . При поступлении тепла от нагревателя вверх поднимается термик.

Изучено взаимное влияние поршневого эффекта и конвекции. Найдено, что при теплоподводе постоянной мощности конвективное движение дополнительно уменьшает температуру нагревателя. Поршневой эффект в свою очередь подавляет конвекцию из-за сглаживания температурных неоднородностей около нагревателя. При работе источника постоянной температуры конвективное течение в критической окрестности усиливается, хотя действие поршневого эффекта ведет к замедлению подъема термика.

В Главе IV исследовались вопросы возникновения и развития конвекции в плоском слое с однофазной околоскритической жидкостью, нагреваемом снизу (задача Рэлея-Бенара). В отличие от задач предыдущей главы, здесь возникновение крупномасштабного конвективного движения носит пороговый характер. Слой теряет устойчивость лишь при создании в процессе нагрева разности температур на границах больше некоторой конкретной величины. Определены пороговые характеристики, соответствующие началу конвекции при влиянии стратификации, проанализированы закономерности течения и теплопереноса за порогом устойчивости механического равновесия в сравнении с данными экспериментов с околоскритическими и обычными слабо сжимаемыми средами.



**Рис. 7.** Пороговые числа Рэлея без учета и с учетом стратификации  $Ra^*$  и  $Ra^S^*$  и экспериментальные значения  $Ra_e^*$  [Kogan A.B. et al, 2001] в зависимости от температурного параметра  $\varepsilon$ .



**Рис. 8.** Число Нуссельта  $Nu^S$  в зависимости от числа Рэлея  $Ra^S$  при  $\varepsilon = 0,1$  (1),  $0,08$  (2),  $0,06$  (3),  $0,04$  (4),  $0,02$  (5) и в экспериментах: а - [Kogan A.B. et al, 2001] (околоскритический гелий), б - [Джалурия Й., 1983] (воздух).

Рассматривался гелий ( ${}^3\text{He}$ ) в околокритическом состоянии, для которого имеются обширные экспериментальные данные по возникновению и развитию конвекции Рэлея-Бенара в сплюснутом цилиндре высотой 1 мм и диаметром 57 мм при  $T'_i - T'_c = 1,66 \div 664 \text{ мК}$  (соответственно,  $\varepsilon_i = 5 \cdot 10^{-4} \div 0,20$ ) [Kogan A.V. et al, 1999; Kogan A.V. et al, 2001]. Проведен анализ физических свойств  ${}^3\text{He}$  вблизи критической точки и найдены параметры моделирования, соответствующие условиям экспериментов. Выполнено численное моделирование стационарной двумерной валиковой конвекции в одноячейковом приближении непосредственно за порогом устойчивости равновесия; путем линейной экстраполяции полученных результатов определены пороговые характеристики. На рис. 7 показано, что пороговое число Рэлея  $Ra^*$ , вычисленное без учета стратификации, возрастает с приближением к критической точке; индексом «\*» отмечены пороговые значения. В качестве  $\varepsilon$  на рис. 7, 8 берется величина  $\varepsilon_i$  на верхней границе. Число  $Ra^*$  увеличивается несколько медленнее, чем экспериментальная величина  $Ra_e^*$  из-за невысокой точности уравнения состояния Ван-дер-Ваальса. Однако пороговое число  $Ra^{S*}$ , рассчитанное по (13), (17), (19) и включающее эффект стратификации, сохраняется постоянным независимо от близости к критической точке. Получено, что  $Ra^{S*} = ra^*$  с погрешностью в пределах 0,5 %, где  $ra^* = 1,708 \cdot 10^3$  – пороговое число Рэлея в слабо сжимаемой среде [Busse F.H., 1978]. Последний результат соответствует теории и экспериментам, что подтверждает справедливость калибровочного соотношения для расчета  $Ra^S$  и методики определения модельных параметров по экспериментальным данным.

Определена интенсивность конвективного теплопереноса при влиянии стратификации, которая характеризуется модифицированным числом Нуссельта  $Nu^S = J^S / J_d^S$ , где  $J^S = -\int_0^1 \lambda (\partial T / \partial y - \Gamma_a) dx$  – тепловой поток в конвективном течении,  $J_d^S$  – тепловой поток в неподвижной среде. Число  $Nu^S$  связано с числом  $Nu$  соотношением

$$Nu^S = 1 + (Nu - 1) / k \quad (22)$$

где  $k$  – коэффициент стратификации (19). На рис. 8 показано, что зависимость  $Nu^S(Ra^S)$  вблизи порога устойчивости является универсальной, то есть, конвективный теплоперенос в сильно и слабо

сжимаемых средах имеет одинаковую интенсивность. Незначительное отклонение экспериментальных данных для гелия (дают зависимость  $Nu^S = 1 + 1,3(1 - ra^* / Ra^S)$ ) от расчетных точек и данных для воздуха (дают зависимость  $Nu^S = 1 + 1,44(1 - ra^* / Ra^S)$ ) объясняется, по-видимому, формированием при околоскритических параметрах трехмерных конвективных структур.

Выполнено моделирование многоячейковой конвекции в слое с отношением сторон 1:10 и дано сравнение с конвекцией совершенного газа при одинаковых критериях подобия  $Ra^S = 2,44 \cdot 10^3$  и  $Pr = 37,7$  (рис. 9, 10); коэффициент стратификации в околоскритической жидкости –  $k = 9,66 \cdot 10^{-2}$ . Функция тока  $\Psi$  рассчитывалась по численным решениям для скорости  $\vec{U} = (u, v)$  и плотности  $\rho$  с помощью уравнения Пуассона. В обоих случаях формируется валиковая структура с одинаковым конвективным теплопереносом ( $Nu^S = 1,43$ ), однако, при приближении к критической точке возмущения температуры становятся все меньше из-за растущего коэффициента теплового расширения.

Проведено сопоставление результатов моделирования многоячейковой и одначейковой конвекции и получено одинаковое число  $Nu^S$ , что подтверждает справедливость сведения полной задачи к приближенной задаче о конвекции одного вихря.

Исследована устойчивость слоя жидкости в условиях сильного эффекта стратификации (приложенная и адиабатическая разности температур на границах слоя  $\Theta$  и  $\Theta_{ac}$  близки по значению) с использованием

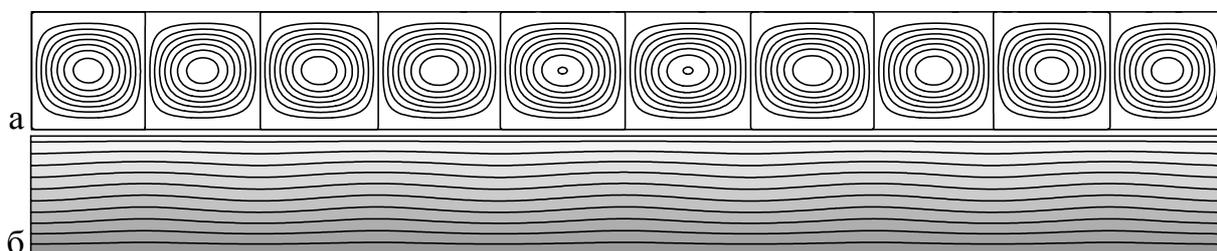


Рис. 9. Изолинии функции тока  $\Psi$  (а), изотермы (б) в околоскритической жидкости.

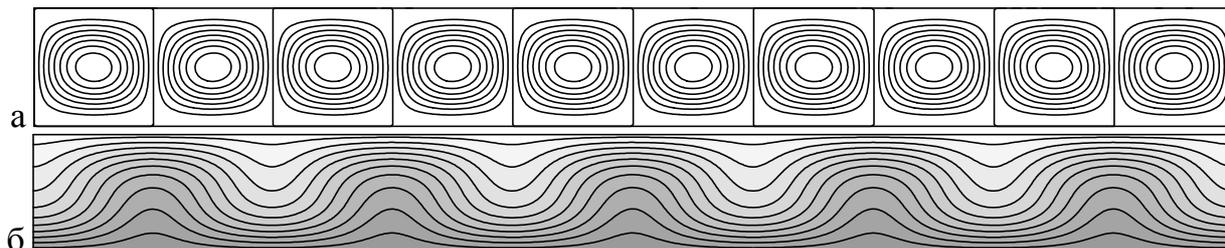
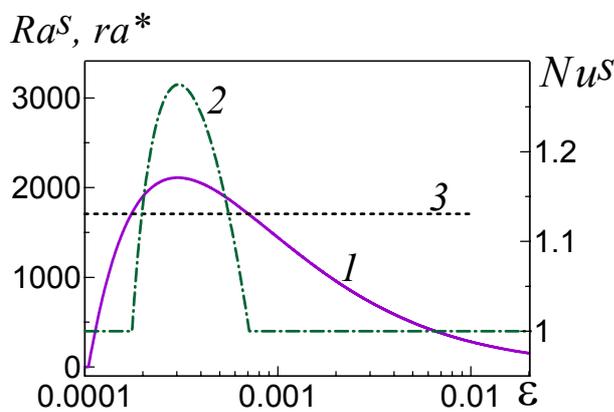
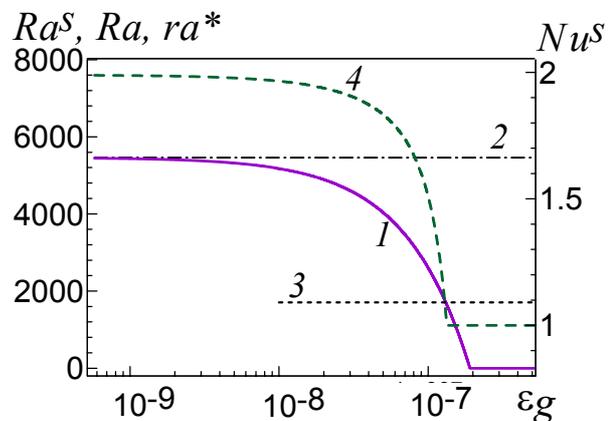


Рис. 10. Изолинии функции тока  $\Psi$  (а), изотермы (б) в совершенном газе.

аналитически найденных зависимостей  $Nu^S = Nu^S(\varepsilon)$ ,  $Ra^S = Ra^S(\varepsilon)$ . Результаты на рис. 11, 12 соответствуют параметрам  $M = 10^{-3}$ ,  $\gamma_0 = 1,667$ ,  $Fr = 2,892$ , которые дают  $\Theta_{ac} = 3,84970 \cdot 10^{-7}$ . На рис. 11 при приближении к критической точке ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) числа  $Ra^S$  и  $Nu^S$  возрастают, затем, достигнув максимума, начинают уменьшаться. Это означает, что конвекция сначала усиливается, а потом уменьшается и полностью затухает благодаря стабилизирующему действию стратификации. На рис. 12 при уменьшении параметра гидростатической сжимаемости ( $\varepsilon_g \rightarrow 0$ ), то есть, при ослаблении силы тяжести от земных условий до микрогравитационных значения  $Ra^S$  и  $Nu^S$  возрастают от  $Ra^S < ra^*$  и  $Nu^S = 1$  (конвекции нет) до  $Ra^S > ra^*$  и  $Nu^S > 1$  (конвекция есть). Это значит, что слой околокритической жидкости, находящийся в устойчивом гидростатическом равновесии на Земле, может терять устойчивость при переходе к условиям микрогравитации из-за ослабления стабилизирующего действия стратификации.



**Рис. 11.** Числа Рэлея  $Ra^S$  (1) и Нуссельта  $Nu^S$  (2) в зависимости от  $\varepsilon$  при  $\Theta = 3,84910 \cdot 10^{-7}$ . Пороговое число Рэлея  $ra^* = 1,708 \cdot 10^3$  (3).



**Рис. 12.** Числа Рэлея  $Ra^S$  (1),  $Ra$  (2),  $ra^*$  (3) и Нуссельта  $Nu^S$  (4) в зависимости от параметра гидростатической сжимаемости  $\varepsilon_g$  при  $\varepsilon = 0,02$ ,  $\Theta = 3,01 \cdot 10^{-7}$ .

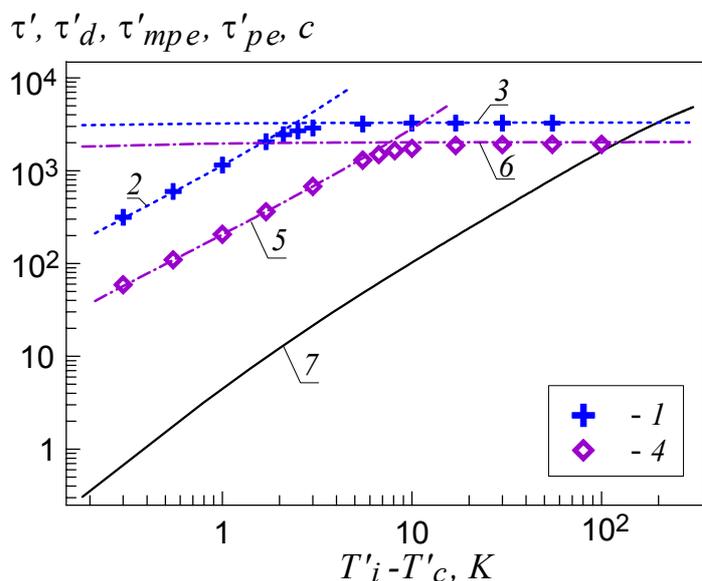
Глава V посвящена исследованиям поршневого эффекта и тепловой гравитационной конвекции в околокритической жидкости, находящейся внутри пористого скелета. В отличие от задач двух предыдущих глав, здесь система двухфазная и наличие твердой фазы создает определенные особенности в динамике и теплопереводе околокритической жидкости.

Выполнен анализ поршневого эффекта в жидкой фазе при тепловом стимулировании температурной ступенью (действии источника постоянной температуры) в рамках линейного термодинамического подхода. Найдено выражение для характерного времени поршневого эффекта  $\tau'_{mpe}$ ; величина  $\tau'_{mpe}$  – это такой момент времени, в который достигается отношение  $\Delta T'_{in} / \Theta' = 0,572$  (см. рис. 1). Если жидкая фаза описывается уравнением состояния Ван-дер-Ваальса, то выражение для  $\tau'_{mpe}$  приобретает вид

$$\tau'_{mpe} = \frac{\rho'_c (c'_{v0} + B')}{\lambda'_{m0}} \frac{\sigma^2 \varepsilon (\sigma \varepsilon + \varphi (\gamma_0 - 1) (1 + \varepsilon))}{\gamma_0 \varphi^2 (\gamma_0 - 1)^2 (1 + \varepsilon)^2 (1 + \varphi \lambda_0 \Lambda \varepsilon^{-\psi})} \quad (23)$$

где  $\sigma = (1 - \varphi) \rho_s c_s + \varphi$  – константа. Величина  $\tau'_{mpe}$  возрастает с уменьшением пористости  $\varphi$  и не зависит от проницаемости твердого скелета.

Проведено численное моделирование теплообмена в пористом слое шириной 10 см, заполненном двуокисью углерода. В задачах этой главы твердый скелет состоит из вещества типа песка. Температура постоянна, жидкая фаза имеет критическую плотность и неподвижна. В начальный момент температура одной границы быстро увеличивается на 0,01 К и фиксируется, вторая граница адиабатическая. Параметры задачи:  $\Theta = 3,30 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_0 = 1,33$ ,  $Re = 3,97 \cdot 10^5$ ,  $Da = 4 \cdot 10^{-9}$ ,  $Pr_0 = 1,21 \cdot 10^{-2}$ ,  $M = 10^{-3}$ ,  $\rho_s c_s = 8,68$ ,  $\lambda_0 = 2,46 \cdot 10^{-2}$ ,  $\Lambda = 0,028$ ,  $\psi = 0,74$ ; масштаб скорости при обезразмеривании –  $U' = 27,6$  см/с. Начальная температура

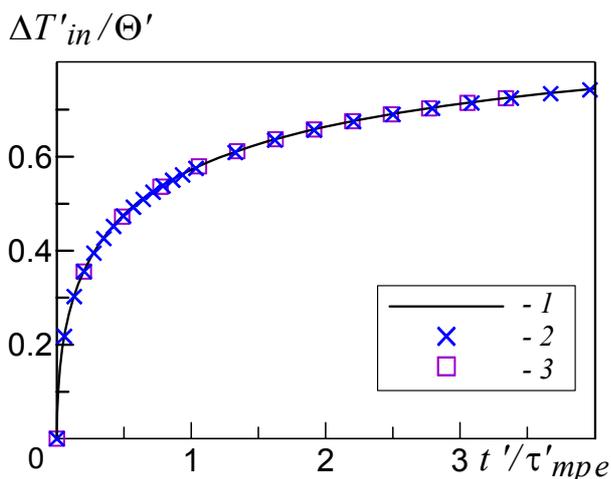


**Рис. 13.** Характерные времена  $\tau'$  (1),  $\tau'_{mpe}$  (2),  $\tau'_d$  (3) в слое с пористостью  $\varphi = 0,4$ ;  $\tau'$  (4),  $\tau'_{mpe}$  (5),  $\tau'_d$  (6) в слое с пористостью  $\varphi = 0,7$ . Характерное время  $\tau'_{pe}$  в однофазной жидкости (7).

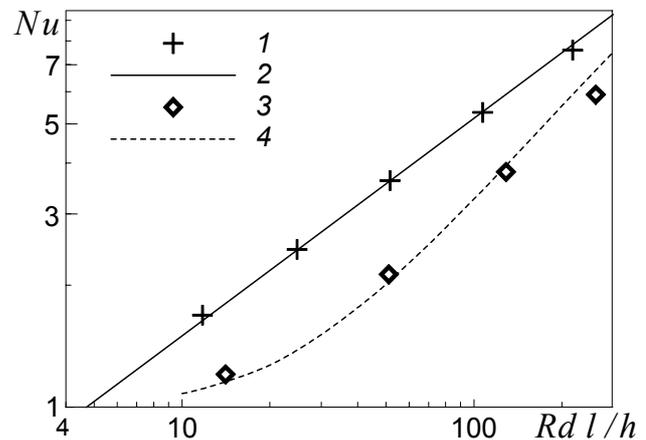
варьировалась:  $T'_i - T'_c = 0,55 \div 100 K$  (соответствует  $\varepsilon_i = 1,81 \cdot 10^{-3} \div 0,329$ ). Проницаемость  $K'$  не зависит от пористости  $\varphi$ . В численном решении найдена величина  $\Delta T'_{in}$  (см. рис. 1) и определен момент времени  $\tau'$  такой, что  $\Delta T'_{in} / \Theta' = 0,572$ . На рис. 13 приведены значения  $\tau'$ , даны аналитические зависимости для  $\tau'_{mpe}$  (23), для характерного времени теплопроводности  $\tau'_d$  и для  $\tau'_{pe}$  в однофазной жидкости [Onuki A. et al, 1990]. Продемонстрировано, что при  $T'_i - T'_c < 3 K$  ( $\varphi = 0,4$ ) и  $T'_i - T'_c < 10 K$  ( $\varphi = 0,7$ ) маркеры попадают на кривую  $\tau'_{mpe}$ , то есть, в близкой окрестности критической точки имеет место поршневой эффект. Время  $\tau'_{mpe}$  в пористой среде больше, чем  $\tau'_{pe}$  в однофазной жидкости, поскольку жидкая фаза отдает часть тепла скелету.

Исследовалось изменение отношения  $\Delta T'_{in} / \Theta'$  со временем. На рис. 14 даны численные значения и зависимость

$$\Delta T'_{in} = \Theta' \left[ 1 - F(t' / \tau'_{mpe}) \right], \quad F(s) = \exp(s) \left[ 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{s}) \right] \quad (24)$$



**Рис. 14.** Зависимость  $\Delta T'_{in} / \Theta'$  от  $t' / \tau'_{mpe}$ , полученная аналитически по (24) (1) и численно при  $\varphi = 0,4$  и  $T'_i - T'_c = 0,55 K$  (2),  $\varphi = 0,7$  и  $T'_i - T'_c = 1,70 K$  (3).



**Рис. 15.** Зависимость числа Нуссельта  $Nu$  от  $Rdl/h$  в вертикальном слое ( $h/l=3$ ) (1, 2) и квадратной области ( $h/l=1$ ) (3, 4). Моделирование слоя с околкритической жидкостью (1, 3), со слабо сжимаемой обычной жидкостью [Власюк М.П. и др., 1975] (4), аналитическое решение [Bejan A., 1979] (2).

где  $erf(\sqrt{s})$  – интеграл ошибок. Решение (24) получено для однофазной жидкости [Onuki A. et al, 1990] и здесь приведено при замене  $\tau'_{pe} \rightarrow \tau'_{mpe}$ . Продемонстрировано, что рост температуры со временем за счет поршневого эффекта в однофазной жидкости и в пористом слое происходит подобным образом, но разных временных масштабах: в первом случае масштаб  $\tau'_{pe}$ , во втором –  $\tau'_{mpe}$ .

Осуществлено моделирование конвективного течения и теплопереноса в вертикальных прямоугольных областях при нагреве сбоку (температура одной боковой границы поднимается скачком, второй – держится постоянной) и дано сравнение околоскритической и обычной жидких фазах; критерии подобия в обоих случаях одинаковы. Показано, что в нестационарных условиях имеются качественные отличия, в стационарных – наблюдается подобие теплопереноса. На рис. 15 дана зависимость  $Nu$  от  $Rd l/h$  в стационарном режиме при параметрах  $\Theta = 1,55 \cdot 10^{-4}$ ,  $\gamma_0 = 1,29$ ,  $Rd_0 = 5,64 \cdot 10^{-2}$ ,  $Re = 6,65 \cdot 10^6$ ,  $Da = 2 \cdot 10^{-12}$ ,  $Pr_0 = 6,50 \cdot 10^{-2}$ ,  $M = 10^{-3}$ ,  $\varphi = 0,4$ ,  $\rho_s c_s = 1,80$ ,  $\lambda_0 = 0,268$ ,  $\Lambda = 8,72 \cdot 10^{-3}$ ,  $\psi = 0,992$ , описывающих пористый слой шириной 1 м; жидкая фаза – вода в околоскритическом состоянии. Начальная температура варьировалась:  $T'_i - T'_c = 2 \div 10$  К (соответствует  $\varepsilon_i = 3,09 \cdot 10^{-3} \div 1,55 \cdot 10^{-2}$ ), число Рэлея-Дарси  $Rd$  (15) менялось. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с имеющимся численным решением и очень хорошо – с аналитическим решением, что подтверждает справедливость разработанной методики определения критериев подобия вблизи критической точки по параметрам моделирования и указывает на сходство конвективного теплопереноса в различных жидких фазах независимо от их сжимаемости.

Проведено численное исследование стационарной конвекции Рэлея-Дарси непосредственно за порогом устойчивости механического равновесия в условиях влияния стратификации. В таких условиях характеристиками течения и теплопереноса являются модифицированные числа Рэлея-Дарси  $Rd^S$  и Нуссельта  $Nu^S$ , которые определяются по (15), (18), (19), (22). Рассмотрен горизонтальный слой шириной 0,1 м проницаемостью  $K'_0 = 4 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>; жидкая фаза – околоскритическая двуокись углерода. Температура нижней границы  $T'_i + \Theta'$ , верхней –  $T'_i$ :  $T'_i - T'_c = 1,65, 0,550, 0,0827$  К. Параметры задачи:  $Pr_0 = 1,21 \cdot 10^{-2}$ ,  $Re = 3,97 \cdot 10^5$ ,  $M = 10^{-3}$ ,  $Da = 4 \cdot 10^{-9}$ ,  $\gamma_0 = 1,33$ ,  $\rho_s c_s = 8,68$ ,

$\lambda_0 = 2,46 \cdot 10^{-2}$ ,  $\Lambda = 0,028$ ,  $\psi = 0,74$ . Отношение  $Rd_0 / \Theta = 97,8$  было постоянным, а  $\Theta$  варьировалось:  $\Theta = 1,1607 \cdot 10^{-5} \div 8,6 \cdot 10^{-5}$  (чем меньше величина  $\Theta$ , тем более высокая точность требовалась для ее определения); таким образом менялось приближение к порогу устойчивости механического равновесия. Численные решения сравнивались с аналитической зависимостью [Nield D.A. et al, 1992]

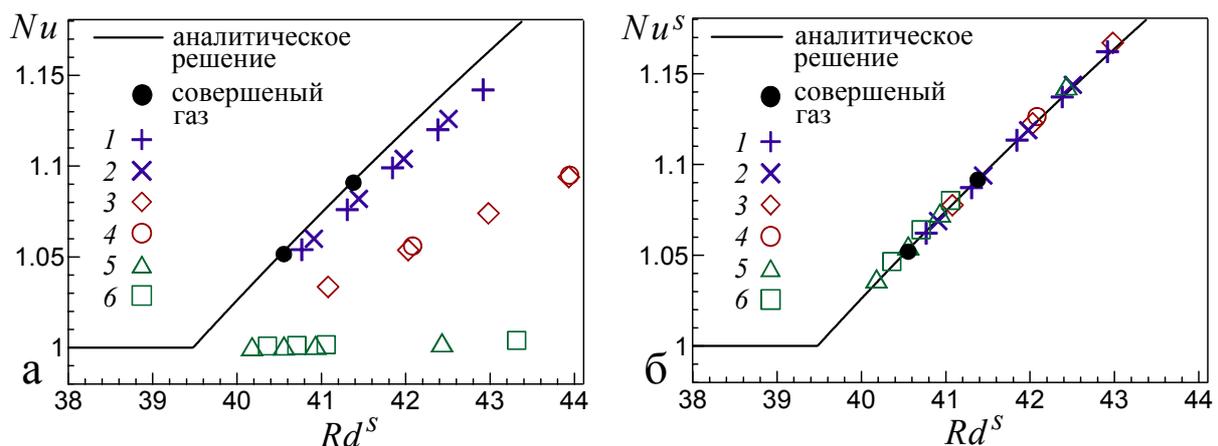
$$Nu = 1 + 2(1 - rd^* / Rd^S) \quad (25)$$

где  $rd^* = 4\pi^2 = 39,48$  – пороговое число Рэлея-Дарси в слое со слабо сжимаемой жидкой фазой. В условиях влияния стратификации зависимость (25) преобразуется в выражение

$$Nu^S = 1 + 2(1 - rd^* / Rd^S) \quad (26)$$

На рис. 16 (а) показано, что численные решения  $Nu(Rd^S)$  отклоняются от аналитической кривой из-за влияния стратификации. Однако численная зависимость  $Nu^S(Rd^S)$ , где  $Nu^S$  определено с учетом стратификации (рис. 16 (б)), оказывается универсальной и совпадает с аналитической зависимостью для слоя со слабо сжимаемой жидкой фазой.

Проанализировано влияние критериев Рэлея-Дарси (связан с диссипативными процессами) и Шварцшильда (связан со стратификацией) на начало конвекции. Показано, что пороговое значение приложенной



**Рис. 16.** Числа  $Nu$  (а) и  $Nu^S$  (б) в зависимости от числа  $Rd^S$  в слое с

околокритической жидкостью при  $\varepsilon_i = 5,43 \cdot 10^{-3}$  и  $\varphi = 0,4$  (1),  $0,7$  (2); при  $\varepsilon_i = 1,81 \cdot 10^{-3}$  и  $\varphi = 0,4$  (3),  $0,7$  (4); при  $\varepsilon_i = 2,72 \cdot 10^{-4}$  и  $\varphi = 0,4$  (5),  $0,7$  (6). Сплошные линии – аналитическое решение (25) (а) и (26) (б). Закрашенные круги – слой с совершенным газом.

разности температур на границах слоя  $\Theta^*$  состоит из двух слагаемых:  $\Theta^* = \Theta^*_{Rd} + \Theta^*_{Sc}$ , где  $\Theta^*_{Rd}$  и  $\Theta^*_{Sc}$  определяются критериями Рэлея-Дарси и Шварцшильда. Получены аналитические выражения для  $\Theta^*_{Rd}$  и  $\Theta^*_{Sc}$ . Показано, что при некотором удалении от критической точки выполняется условие  $\Theta^* \rightarrow \Theta^*_{Rd}$ , то есть, определяющим является критерий Рэлея-Дарси. При этом твердый скелет оказывает стабилизирующее действие – чем больше твердой фазы (меньше  $\varphi$ ), тем больше  $\Theta^*$ . Значения числа Дарси  $Da$  удовлетворяли условию  $Da(1-\varphi)^2/\varphi^3 = const$  [Nield D.A. et al, 1992], которое реализуется в пористых средах, образованных сферами равного диаметра. В близкой критической окрестности справедливо  $\Theta^* \rightarrow \Theta^*_{Sc}$  и определяющим оказывается критерий Шварцшильда. В этих условиях  $\Theta^*$  перестает зависеть от свойств твердой фазы и определяется лишь адиабатическим температурным градиентом жидкой фазы.

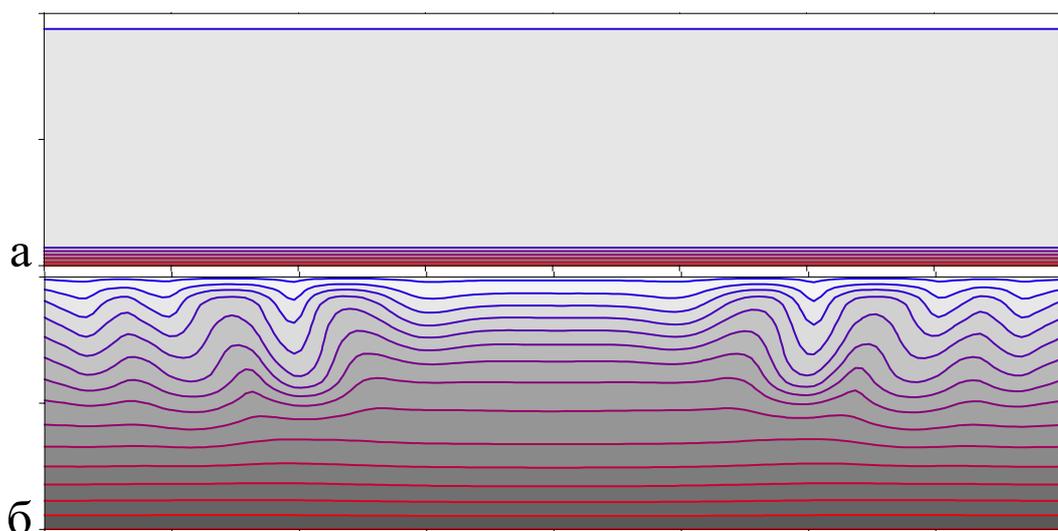
Найдены выражения для порогового коэффициента стратификации  $k^*$  и для производных  $\partial Rd^S / \partial \Theta \Big|_{\Theta=\Theta^*}$  и  $\partial Nu^S / \partial \Theta \Big|_{\Theta=\Theta^*}$ . При приближении к критической точке указанные производные стремятся к бесконечности, что свидетельствует о высокой чувствительности околоскритической жидкости к температурным возмущениям.

Выполнено численное моделирование поршневого эффекта и развития конвекции в двухслойном пористом скелете прямоугольной формы с

	<i>Нижний слой</i>	<i>Верхний слой</i>
<i>Пористость <math>\varphi</math></i>	0,4	0,6
<i>Проницаемость <math>K'</math></i>	$4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2$	$3,04 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2$
<i>Число Дарси <math>Da</math></i>	$4 \cdot 10^{-9}$	$3,04 \cdot 10^{-8}$
<i>Характерное время поршневого эффекта <math>\tau'_{тре}</math></i>	592 с	198 с
<i>Характерное время тепловой диффузии <math>\tau'_d</math></i>	$9,78 \cdot 10^4 \text{ с}$	$1,38 \cdot 10^5 \text{ с}$
<i>Модельное число Рэлея-Дарси <math>Rd_0</math></i>	$1,96 \cdot 10^{-3}$	$1,47 \cdot 10^{-2}$
<i>Реальное число Рэлея-Дарси <math>Rd</math></i>	95,6	716
<i>Реальное число Рэлея-Дарси с учетом стратификации <math>Rd^S</math></i>	42,0	315

**Таблица.** Характеристики задачи в верхней и нижней частях, образующих двухслойную пористую область.

отношением длины к высоте 4:1; скелет состоит из двух горизонтальных слоев различной пористости и проницаемости, плотно соприкасающихся друг с другом. Температура постоянна (на  $0,55 K$  выше критической), жидкая фаза (двуокись углерода) неподвижна и стратифицирована. В начальный момент температура нижней границы поднимается скачком на  $6,08 \cdot 10^{-3} K$  и фиксируется. Верхняя граница держится при начальной температуре, боковые границы теплоизолированы. Высота области  $0,1 m$ . Безразмерные параметры:  $\varepsilon_i = 1,81 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Theta = 2,00 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_0 = 1,33$ ,  $Re = 3,97 \cdot 10^5$ ,  $Pr_0 = 1,21 \cdot 10^{-2}$ ,  $M = 10^{-3}$ ,  $\rho_s c_s = 8,68$ ,  $\lambda_0 = 2,46 \cdot 10^{-2}$ ,  $\Lambda = 0,028$ ,  $\psi = 0,74$ . Масштаб скорости при обезразмеривании –  $U' = 27,6 cm/s$ . Остальные характеристики задачи показаны в таблице. Получено, что на начальной стадии процесса наблюдается поршневой эффект (рис. 17 (а)), который слабо зависит от характеристик скелета. Позднее около верхней границы области зарождаются конвективные термики (рис. 17 (б)), хотя нагрев осуществляется снизу. Обнаруженное явление связано с формированием около верхней границы теплового погранслоя (из-за поршневого эффекта), который оказывается менее устойчив, чем нижний погранслой (из-за большей проницаемости твердой фазы). Приведенный пример демонстрирует, что влияние поршневого эффекта на конвекцию при наличии стратификации внутри скелета с переменными характеристиками может приводить к неожиданным явлениям, не наблюдаемым в слабо сжимаемой жидкой фазе.



**Рис. 17.** Поле температуры в моменты времени  $t' = 10,1$  (а),  $6,65 \cdot 10^{-3} c$  (б).

Максимальный модуль скорости  $|\vec{U}'|_{\max} = 2,99 \cdot 10^{-3} cm/s$  (б).

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработаны модели, методы и программные коды для численного моделирования конвективных процессов в однофазной жидкости и в пористой среде; рассматривалась сжимаемая жидкость с уравнением состояния, включающим область параметров вблизи термодинамической критической точки. Осуществлено развитие теории подобия тепловой гравитационной и вибрационной конвекции однофазной околкритической жидкости и тепловой гравитационной конвекции околкритической жидкой фазы внутри пористого скелета. Показано, что числа Рэлея (или Рэлея-Дарси) и Прандтля, которые входят как параметры в безразмерную полную систему уравнений, критериями подобия не являются. Получены калибровочные соотношения для определения критериев подобия – реальных чисел Рэлея (или Рэлея-Дарси) и Прандтля.
2. Выполнено численное моделирование тепловой гравитационной конвекции однофазной околкритической жидкости, а также околкритической жидкой фазы, заполняющей пористый скелет, при различных типах теплоподвода в ограниченных областях при приближении к критической точке до значений температурного параметра  $\varepsilon \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$ , где  $\varepsilon = (T' - T'_c) / T'_c$ . При сравнении с конвекцией совершенного газа, которая характеризуется такими же критериями подобия, показано, что в нестационарных условиях поршневой эффект может качественно менять структуру течения и теплоперенос. В стационарных режимах обнаружено подобие теплопереноса в околкритической жидкости и совершенном газе с одинаковыми критериями подобия. Численные решения задач о конвекции в горизонтальном слое с нагревом снизу в постановке Рэлея-Бенара (однофазная жидкость) и Рэлея-Дарси (пористая среда) непосредственно за порогом устойчивости механического равновесия показали, что подобие конвективного теплопереноса в сильно и слабо сжимаемых жидкостях обнаруживается и в условиях влияния стратификации. Результаты по конвекции Рэлея-Бенара согласуются с наземными экспериментами по теплопереносу в околкритическом гелии.

3. Проведено численное исследование тепловой вибрационной конвекции околокритической жидкости в условиях микрогравитации по данным экспериментов, выполненных на борту орбитальной станции «Мир». Продемонстрировано, что остаточные микроускорения на борту космических аппаратов могут инициировать конвективные движения вибрационного и гравитационного типов, причем роль вибрационной конвекции по сравнению с гравитационной возрастает по мере приближения к критической точке.
4. В задаче Рэлея-Бенара получены аналитические выражения для чисел Рэлея и Нуссельта в зависимости от приближения к критической точке. Из найденных выражений следует, что сильное влияние стратификации может оказывать стабилизирующее действие на нагреваемый снизу слой жидкости, приводя к затуханию конвекции при приближении к критической точке или увеличении гравитационной силы. В этом случае возможна интенсификация теплообмена при микрогравитации по сравнению с земными условиями.
5. Выполнено аналитическое исследование поршневого эффекта в жидкой фазе внутри пористого слоя при действии источника постоянной температуры. Найдено выражение для характерного времени поршневого эффекта. Впервые получено численное решение задачи о поршневом эффекте в пористом слое. Показано, что рост температуры со временем за счет поршневого эффекта в пористой среде и однофазной жидкости происходит подобным образом, но на разных временных масштабах.
6. В задаче Рэлея-Дарси проанализировано влияние критериев Рэлея и Шварцшильда на начало конвективного движения. Найденны аналитические выражения для пороговой разности температур на границах слоя и порогового коэффициента стратификации. Показано, что вдали от критической точки пороговая разность температур определяется критерием Рэлея-Дарси и зависит от свойств твердой и жидкой фаз. Вблизи критической точки эта величина определяется критерием Шварцшильда и зависит лишь от адиабатического температурного градиента жидкой фазы.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА

1. *Полежаев В.И., Соболева Е.Б.* Тепловая гравитационная и вибрационная конвекция околокритического газа в условиях микрогравитации // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2000. № 3. С. 70-80.
2. *Зюзгин А.В., Иванов А.И., Полежаев В.И., Путин Г.Ф., Соболева Е.Б.* Исследование околокритической жидкости в условиях микрогравитации: эксперименты на станции «Мир» и численное моделирование // Космонавтика и ракетостроение. 2000. № 19. С. 56-63.
3. *Соболева Е.Б.* О влиянии уравнения состояния на моделирование конвективного течения и теплопереноса в околокритических жидкостях // Теплофиз. высоких температур. 2000. Т. 38. № 6. С. 928-934.
4. *Полежаев В.И., Соболева Е.Б.* Тепловая гравитационная конвекция околокритической жидкости в замкнутой области с боковым подогревом // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2001. № 3. С. 143-154.
5. *Зюзгин А.В., Иванов А.И., Полежаев В.И., Путин Г.Ф., Соболева Е.Б.* Конвективные движения околокритических жидкостей в условиях реальной невесомости // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 2. С. 188-200.
6. *Polezhaev V.I., Gorbunov A.A., Soboleva E.B.* Classical Problems of Convection Near Critical Point. Ground-based and Microgravity Applications // Advances in Space Research. 2002. V. 29. № 4. P. 581-588.
7. *Полежаев В.И., Соболева Е.Б.* Нестационарные эффекты тепловой гравитационной конвекции околокритической жидкости при боковом нагреве и охлаждении // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 1. С. 81-93.
8. *Polezhaev V.I., Emelianov V.M., Gorbunov A.A., Soboleva E.B.* Near-critical convection in ground-based and microgravity environments // Experimental Thermal and Fluid Sci. 2002. V. 26. P. 101-108.
9. *Polezhaev V.I., Gorbunov A.A., Emelianov V.M., Soboleva E. B., Sazonov V.V., Leftov V.L., Romanov V.V., Putin G.F., Zuzgin A.V., Ivanov A.I.* Convection and Heat Transfer in Near-Critical Fluid: Study on MIR and Project of the Experiment Crit on ISS // AIAA Journal. 2003. V. 1305 (Suppl.). P. 1-11.
10. *Polezhaev V.I., Soboleva E. B.* Thermal Gravity-Driven Convection of Near-Critical Helium in Enclosures // Физика низких температур. 2003. V. 29. № 6. P. 648-652.

11. *Soboleva E.B.* Adiabatic Heating and Convection Caused by a Fixed-Heat-Flux Source in a Near-Critical Fluid // *Physical Review E*. 2003. V. 68. Paper 042201.
12. *Соболева Е.Б.* О влиянии теплового источника на адиабатический нагрев жидкости вблизи критической точки // *Теплофиз. высоких температур*. 2003. Т. 41. № 6. С. 882-888.
13. *Polezhaev V.I., Gorbunov A.A., Soboleva E.B.* Unsteady Near-Critical Flows in Microgravity // *Annals of the New York Academy of Sciences*. 2004. V. 1027. P. 286-302.
14. *Полежаев В.И., Соболева Е.Б.* Конвекция Рэлея-Бенара в околокритической жидкости вблизи порога устойчивости // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2005. № 2. С. 48-61.
15. *Polezhaev V.I., Gorbunov A.A., Nikitin S.A., Soboleva E.B.* Hydrostatic Compressibility Phenomena: New Opportunities for Critical Research in Microgravity // *Annals of the New York Academy of Sciences*. 2006. V. 1077. P. 304-327.
16. *Соболева Е.Б.* Эффекты сильной сжимаемости в естественно-конвективных течениях в пористых средах с околокритической жидкостью // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2008. № 2. P. 57-69.
17. *Soboleva E.B.* Adiabatic heating and convection in a porous medium filled with a near-critical fluid // *Annals of the New York Academy of Sciences*. 2009. V. 1161. P. 117-134.
18. *Никитин С.А., Полежаев В.И., Соболева Е.Б.* Структуры и теплообмен при тепловой гравитационной конвекции Рэлея-Бенара в гелии ( $^3\text{He}$ ) вблизи критической точки // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2009. № 4. С. 47-59.

Соболева Елена Борисовна

Конвективные течения и теплообмен в жидкостях  
вблизи термодинамической критической точки

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Подписано к печати

Тираж 100 экз.

Заказ №

---

Отпечатано на ризографе Учреждения Российской Академии Наук  
Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

119526 Москва, пр. Вернадского, 101, кор. 1